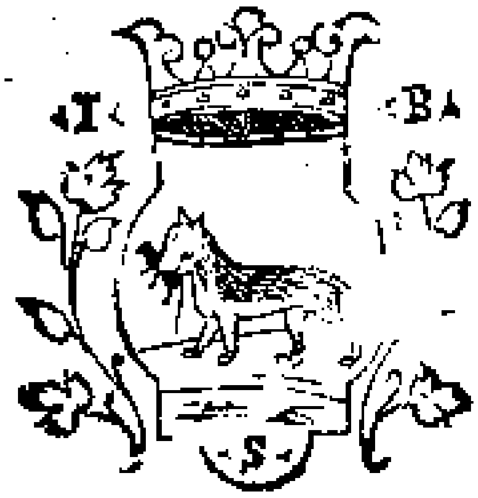
Tetragonismus idest circuli quadratura per Cā panū archimedē Syracusanū atqꝫ boetiū ma thematicae perspicacissimos adinuenta.



Lucas Gauricus Iuphanensis ex regno neapolitano mathematicæ studiosis, S. D.

CIrculi quadraturam quam Aristoteles in eo ipso qui de categoriis liber inscribitur capite de ad aliquid: & secundo priorũ capite uigesimoquinto, ac primo elencorum capite octauo, nec non primo phisicorũ tex. coment. 11. ac plerisq; etiã aliis in locis affirmauit scibilem quidem esse nõdum tamen scitam. Nunc iam tandem superioribus paulo ante seculis a campano atq; archimede adinuentam ac perfectissime traditam & in compẽdium breuissime redactã habetis. Mirandum sane opus ut pote nunq̃ aliis antea temporibus ita cognitum. Nam & si sextus pythagoreus: licomedes itemq; boetius seuerinus fateãtur circuli tetragonismum adinuenisse: possunt tamen cum brisone hippocrate & antiphonte atq; aristotelicis connumerari quom ab ipsorum fontibus nihil fere ueritatis de re tanta potuerit ullo pacto ad posteros peruenire. Quamuis multa ab his, & presertim ab ipso boetio (ut ipsemet gloriatur) copiosissime dicantur fuisse conscripta. Sed parcendum est clarissimorũ uirorum nominibus. Accusandi quidem posteri qui diuinos multorum labores negligentius curauerunt. Nam si omnia fideliter custodita fuissent que a sapientissimis priscorum temporũ uiris litterarum memoriæ traddita fuerant, nihil certe reliquum esset quod nostris temporibus incognitum haberetur. Sed ut ad propositum reuertamur inter ceteros mathematicæ disciplinæ professores campanus atq; archime-

Campani viri clarissimi tetragonismus idest circuli quadratura rome edita cum additionibus Gaurici.

AD demostrandam igitur circuli quadraturam campanus noster primo quatuor permittit cōclusiones, & quidem facillimas, secundo autē ex his inducitur quinta que simul cū sexta totam de circuli tetragonismo demostrationem manifestissime concludit.

Prima conclusio.

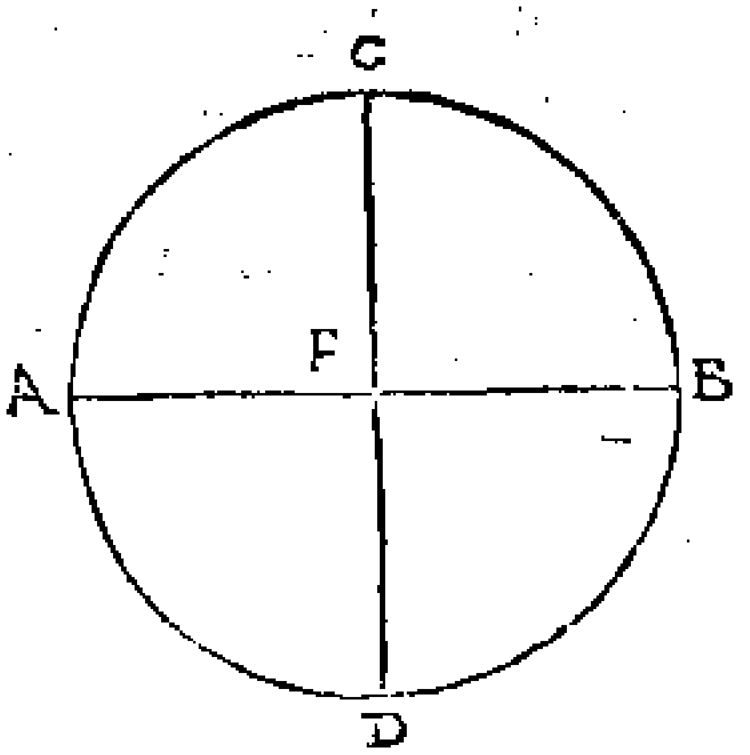
¶ Lineam orbiculariter ductam bina diametro in quatuor equalia secare.

DIameter est linea recta ab extremo in extremum per centrum ducta diuidens figuras in partes equales, si sint igit' duæ diametri sese intersecantes in centro ad angulos rectos, diuiderent figuram in quatuor partes equales. Et notandum q̄ diameter dicitur a dia quod est duo & metros quod est mensura, duarū medietatū quasi mensura, hec campanus.

Additio.

AD hui⁹ primi theorematis maiorem notitiam animaduertendū est q̄ figura (ut æuclideis utar uerbis) est quæ termino uel terminis clauditur. Circulus uero est figura plana una quidē linea contenta quæ circunferētia nominatur, in cuius medio pūctus est a quo omnes lineæ rectæ ad circunferētiam exeūtes sibi inuicem sunt equales. Et hic quidem punctus centrum circuli di

citur. Linea uero recta est ab uno puncto ad aliū breuissi
ma extēsio / in extremitates suas utrūq3 eorum recipiens.
Diametrus autem Circuli quā nos dimetientem appel
lamus / est recta quedā linea que super eius centrum tran
siens extremitatesq3 suas circunferentiæ applicans cir/
culum in duo media diuidit. Vnde (ut arbitior) dicitur
grece diameter διαμετρος idest diametr⁹ a δια pre
positione scilicet per & μετρος idest mensura quasi
διαμεσον μετρος uidelicet duarū medietatū eq̄lis
diuisio ac mēsura. Si igit̄ inq̄t cāpanus due fuerint dia/
metri ut pote in sequenti figura. A.b. & .c.d. sese in circu
li centro. f. intersecātes / ad angulos rectos / linea orbicu
lariter ducta idest circulus. A.b.c.d. in quatuor equas
partiones secabitur. Quoniam arcus. A.c. & .b.D. qui
sunt due circuli portiones inter se inuicē sunt equales. Et
quō sint cōtra sepositi etiā anguli / ipsos necesse erit esse
equales ac rectos. Quoniā (ut inquit euclides) qn̄ an/
gulum continent duæ lineæ Rectæ rectilineus angulus
nominatur. Et qn̄ recta linea supra rectā steterit: duoq3
anguli utrobiq3 fuerint equales eorū uterq3 rectus erit.
Lineaq3 lineæ superstans ei
cui superstat perpēdicularis
uocat̄. Similiter de arcu eius
dem circuli. b.c. & . D. A.
suisq3 angulis dicatur. Et sic
orbicularem lineam bina dia
metro in quatuor equas re/
secari portiones continget:
quemadmodum in sequenti
patet figura.



Secunda concluſio.

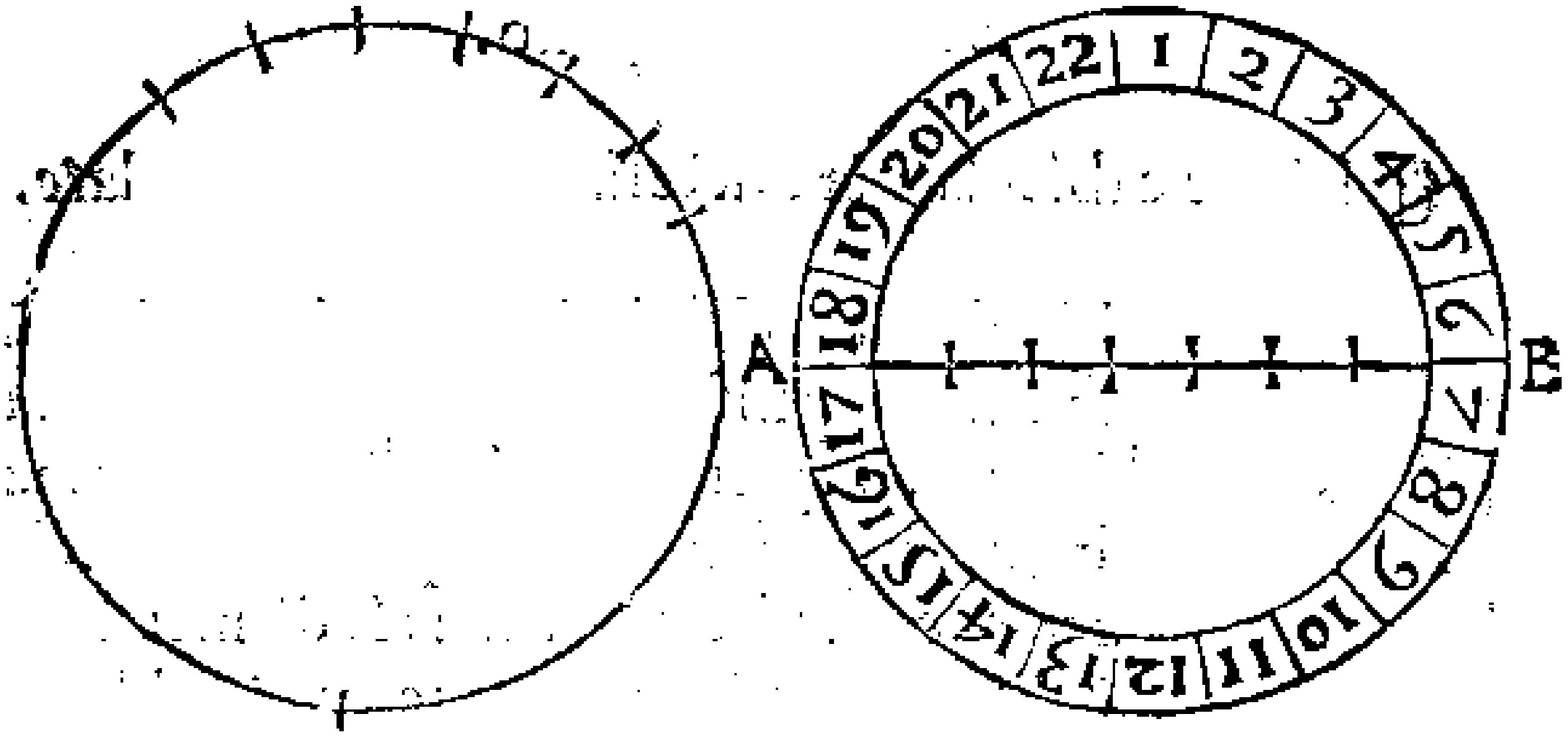
¶ Lineæ orbiculariter ducte lineã rectã eq̃liter dare.

SVpple eſt poſſibile:iuxta mathematicorũ ſcientiã ac phiſicam ueritatẽ circulus diuiditur in.22.partes equales/& remota una ſcilicet uigeſimaſecunda particula:tertia remanens ſcilicet ſeptima eſt diameter circuli:tripletur igitur diameter & addatur ſeptima:& ordinentur huiuſmodi partes in rectum & habebitur linea recta equalis circulari.

Additio.

ANteq̃ ad enucleandã campani litteram deueniamus eſt notandũ ꝙ nonnulli geometræ imaginantur hoc pacto circulũ in.22.partes equales diuidi in primis duo ſeorſum deſcribantur circuli eiuſdem magnitudinis . Deinde alter ipſoꝝ cõſtituto circino intris equas portiones diuidat᷑:poſtea unã illarũ triũ partiũ rurſus in ſeptẽ equas portiũculas reſecet᷑. Deinde una iſtarũ ſeptẽ particularũ non uariato circino conſtituas in altero circulo. Poſtremo totum circuli reſiduũ(dempta particula in eo deſignata incipiendo tamen a punctis illius particulæ illic deſignatæ)reſeces intris portiones equales. Et quãlibet illarũ trium partiũ diuidas iterũ in ſeptem equales portiunculas. Et ſic habebis circulum in .22.equales fere portiunculas diuiſum hoc modo uidelicet.

Conclusio

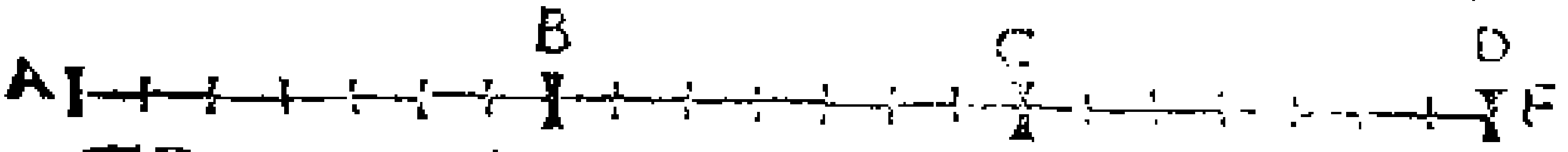


¶ Circuli dimentientem inuenire & econuerso.

HEc secunda conclusio licet per se satis clara sit: potest nihilominus hoc modo declarari: possibile est (inquit campanus) quod detur atque adinueniatur linea recta equalis lineæ circulari siue orbiculariter ducte hoc est ipsi circulo: qui secundum omnium mathematicorum ac philosophorum ueritatem in.22.equas portiones resecatur. & si postmodum una pars idest uigesimasecunda dumtaxat de tota circuli preconstituti pariferia remoueatur remanentiumque una queuis tertia pars hoc est septima circuli diameter illico resultabit ut pote.A.B. si uero postmodum econuerso diameter illa triplicetur et illi producto ac resultanti adatur septima diametri scilicet uigesimasecunda postremo huiuscemodi sic triplicate partes in rectum disponantur statim utique recta consurget linea.A.f.ex.22.partibus inter se inuicem distributis composita: quæ recta linea predicta.A.f. lineæ orbiculariter ductæ hoc est ipsi circulo inferius designando scilicet.A.c.b.d. precise adequabitur & econuerso: & sic concludamus secundam campani conclusionem esse ueram scilicet quod possibile sit dari line

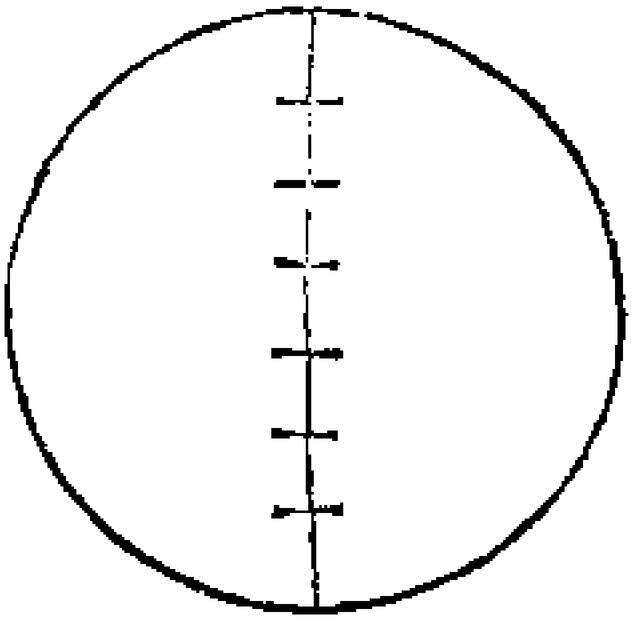
am rectam equalem linee orbiculariter ducte quemadmodum in sequentibus apparet figuris.

diameter.1.3ª.pe. 22ª.pe.



¶ De proportione circuli ad diametrum secundum ptholomeum & archimedem.

PTholomeus astronomorum princeps in sexto mathematicæ constitutionis demostrauit circulum ad ipsius dimentiẽtem habere proportionẽ quæ est.3.ad .8.&.30. ad unum: nam 3.8.34.ad unũ ad triplam sex qui septimam proxime accidunt sed. 3.8.17.ad unum similiter triplam adiectis deam septuagesimis septimis inter quas est proportio.3.8.30.ad unum.



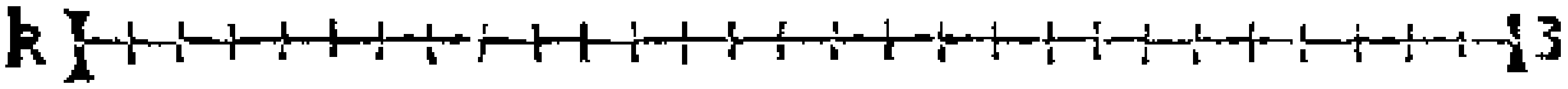
ARchimedes uero syracusanus ut inquit ualla & ut patebit in suo tertio libro de circuli quadratura per helitas incuruasq; lineas molitus est demostrare circulũ ad ipsius diametrũ habere proportionẽ minorẽ tripla sex qui septima maiorem uero decem septuagesimis primis quod est supra triplicatam diametrũ ex.71. partibus decem. Siue dicas minorẽ q̃.22.ad.7. & maiorem q̃ 71.unitatum decem. Voluitq; orbicularem lineam ad id quadratum quod ex diametro constituitur habere proportionem communem quam.11.ad.14.

¶ Data linea recta circulus pariter ac quadratum ex ea constituere.

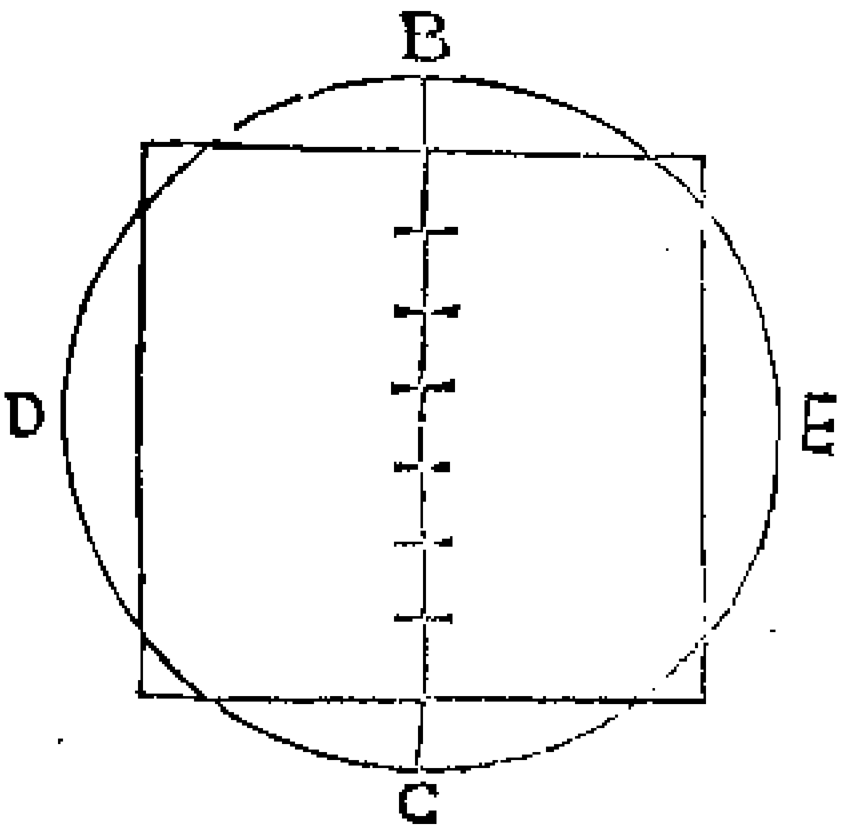
Conclusio

SIc linea data.K.3.in partes.28. Intra se inuicē equaliter distributa ex qua circumacta circulus constituatur.b.c.atq; quadratū quēadmodum in circulo facile cōprehenditur:nam oportet q̄.7.partes predictæ lineæ date.K.3.singulis quadrati lateribus deputent᷑ & ab ipso quadrato totus diuidit᷑ circulus in q̄tuor equas portiones. Inducto siq̄dē circulo quadratū est inclusum preter ipsius quadrati angulos extra circulū porrectos atq; extēsos:Non enim ipsius q̄drati latera intra predictū circulum omnino includi possunt nam quom tam quadratum q̄ orbis quartā metiatur partem & quarta pars tam quadrati q̄ orbis sit eiusdem quātitatis. Et linea recta eiusdem quantis sicuti & curua semper recta longius extenditur q̄ curua ut patet per rectæ lineæ diffinitionem quæ est ab uno puncto ad aliud breuissima extensio. Linea uero curua est quæ inter extrema curuatur: hanc igitur ob causam anguli ipsius quadrati extra circulum necessario ꝓminebunt:Sed quom quelibet circuli quarta licet nō sit directæ extensa sed curua & arcuata est eiusdem quātitatis cum quarta quadrati:iccirco totum penitus quadratum intra circulum includi nullopacto potest: Nec etiam totus circulus possibile est qui includatur in quadrato nisi quadratū maius esset circulo. Sed quom tam circulus q̄ ipsum quadratum sint eiusdem quantitatis ut predictū est iccirco nec totus circulus includit᷑ in quadrato nec quadratum in circulo ut patebit inferius:Itaq; quom tam circulus.b.c.q̄ quadratum.d.e.ex data cōstet ac cōponatur linea. K.3.In.28. partes equales distributa necesse est qui singula quadrati latera & partes circuli circundate a lateribus quadrati sint.7. partium scilicet

talium quales.28.datam complent lineam.K.3.Necesse erit qui orbis ex data linea.28.partium cōstitutus sit par quadrato/ex eadem quoq; linea.28. partium constituto quod erat demostrandum.



ET quoniā demostrauimus triplicate diametro su/peresse circulū uti dictum est.Sic diameter circuli.b.c.taliū nouem partium qualiū lineam.K.3. esset suposuimus quæ triplicata p 27.conficiet.Et quoniā tā circulus q̄ quadratū/ dimentientē ipsam una dū/taxat superant parte/ hāc unam adde dimentienti: & sic totidem erūt & circuli & quadrati partes ꝑ inde ex triplicata dimentiente cum nona parte/ tota illa circularis linea conficietur.



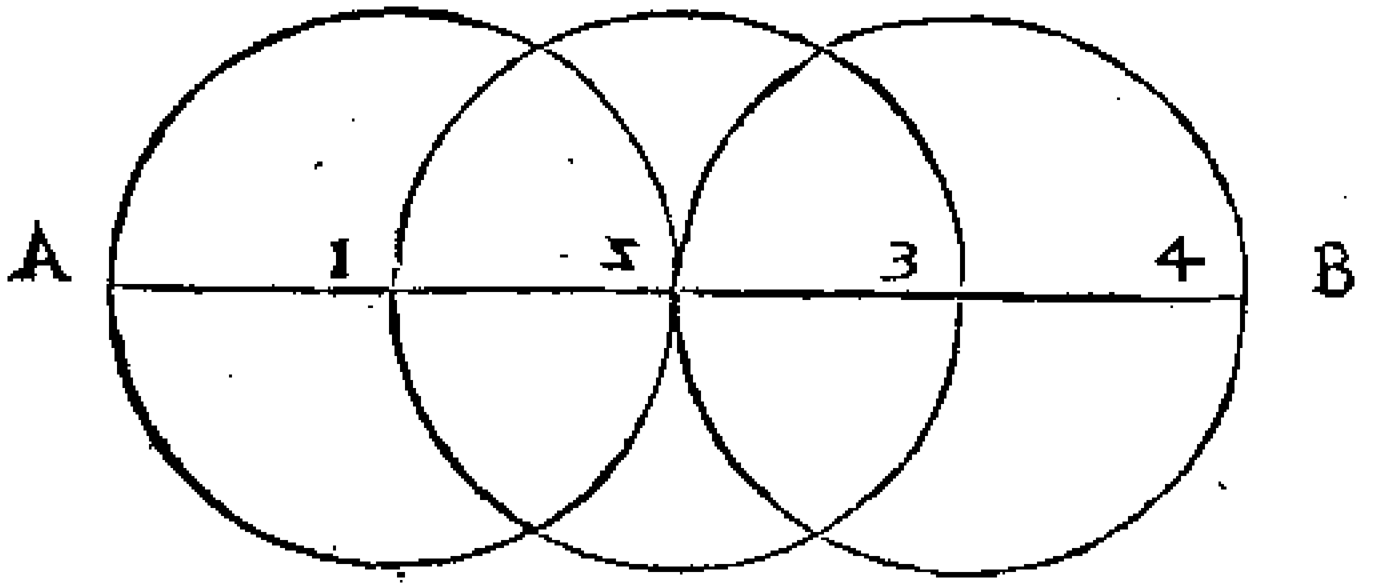
Alia de dimentiente demostratio.

DIametri proportionem ad circulum esse in minori numero ac ꝓportione q̄ sint.14.& in maiori q̄ sint 7.Cōplimis dixere plene.Sic uerbi causa circuli diame/ter.f.g.quoniā positū est superius qui tota circūcurrens linea.28.est partiū cuius.f.g.est diameter &.f.h.g.est ar/

Tertia conclusio.

¶ Lineam rectam in quatuor equalia secare.

Fiat circulus unus deinde non restricto nec ampliato circino ponat^r pes circini incircunferentia & circunducatur ut secundus circulus constituatur qui in duobus locis intrisecet primum & intersecetur ab eodē transiens per cētrum primi. Deinde ducat^r linea recta per ambo centra ab extremo in extremū uniusq; circuli & ubi terminabit^r hæc linea incircunferentia secūdi circuli ponatur pes circini sub dispositione primi & circunducatur ut tertius constituatur circulus qui in duobus locis intersecet secundum & intersecetur ab eodem contingens primū in centro secundi: trahaturq; predicta linea recta usq; ad circunferentiam tertii circuli ut in presenti patet figura.



PRedicta igitur linea recta transiēs per tria centra ab extremo primi circuli usq; ad extremum tertii diuiditur in quatuor partes equales: nam quelibet due partes predictæ lineæ sunt in eodē centro & a centro ad circunferentiam ducte ergo equales.

Conclusio

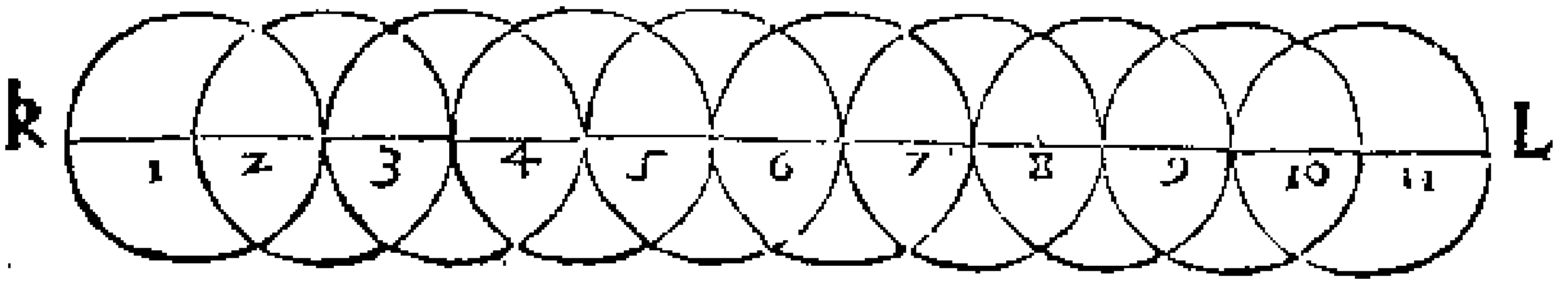
Et quoniam quecumq; uni & eidem sunt equalia sunt in teresse equalia etiam sequitur q quelibet pars lineæ in uno predictorum circulorum contenta est equalis cuili bet parti lineæ in alio circulo circũscriptæ. Hoc idẽ probatur sic. Fiat circulus unus deinde prole circini non diuersificati posito in circunferentia eiusdem circuli pes eiusdẽ circuli non uariati protendatur extra circulum su pradictũ: ibiq; fixo cẽtro producatur ut secundus circulus constituat̃ contingens primum in pre dicto puncto. Et predicto pede circini non uariati uel mutati ducatur alius pes circini ut tertius circulus constituatur: per ea rum tria centra tunc trahatur linea recta quæ secatur in quatuor partes equales ut in supradicta patet figura.

Addictio.

PRobatur ab auctore istud tertium theorema duo bus modis non tamen omnino diuersis in quibus breuiter hanc uidetur habere sentẽtiam. Si lineam rectã in quatuor equalia secare uolueris constituas inqu t circulum unum: deinde non uariati circini pes unus consti tuatur in circunferẽtia eiusdem primi circuli & alter mo bilis circunducatur ut secũdus componat̃ circulus qui transi ens per centrum primi in duobus locis primum in tersecet circulum & intersecetur ab eodem: Et iterum al ter circulus eodem modo constituatur. Deinde linea re cta ab extremo ad extremũ per lineæ rectæ diffinitionẽ per tria centra ducatur ut pote a puncto. a. ad punctum. b. Et sic lineam rectam in quatuor equas portiones secari continget queadmodum in figura auctoris supradicta patet expresse. Et ueluti in quatuor ita in quo tãq; libuerit equas portiones poteris rectam qualibet lineã reseca

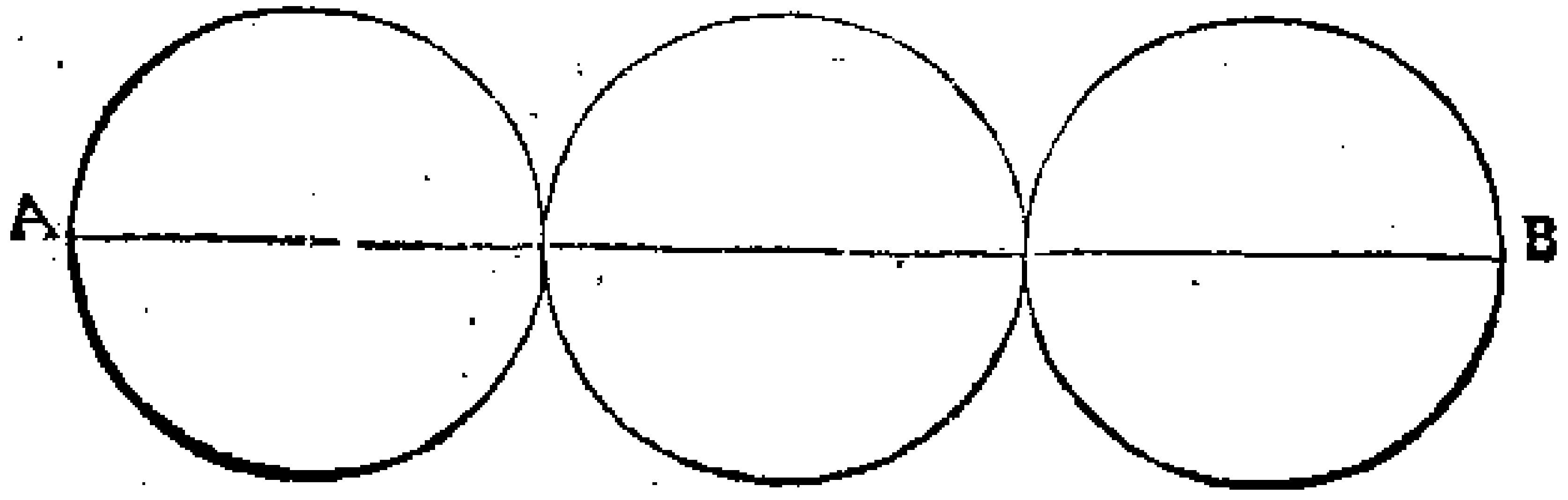
re ut patet in figura diuisa in.11.partes equales quæ equi ualet lineæ semicirculari uel semicirculo.

Linea recta in.11.portiones equales diuisa.



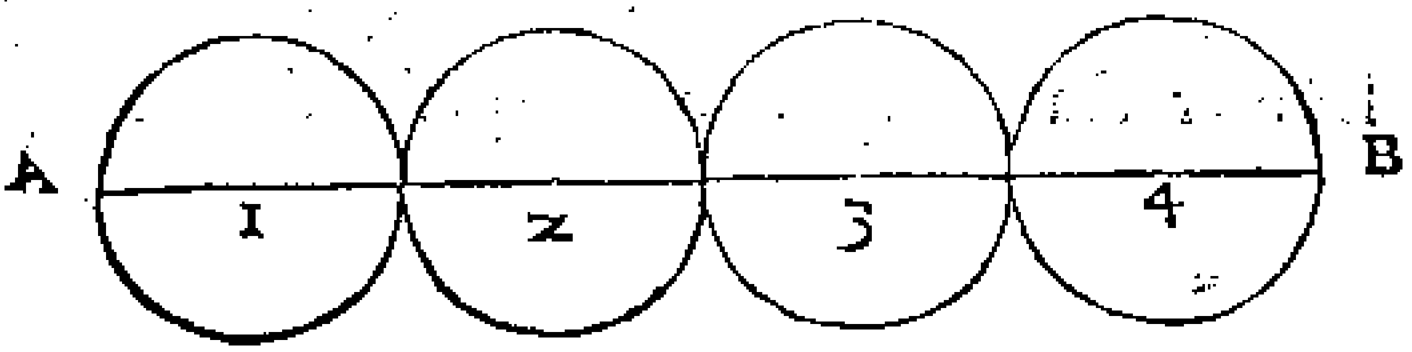
POtest autem itidem sic aliter comprobari constituatur circulus cuiuscunq; magnitudinis. Deinde non diuersificato circino eius pes alter mobilis in circũferentia circuli collocetur. Alter uero imobilis extra circulum protendatur. ibiq; fixo iam alio centro circunducatur ut secundus designetur circulus priorem attingẽs circulum in circunferentia tantum: Et similiter tertio cõponatur eodemmodo attingens secundum. Et quarto attingens tertiũ. Postremo linea recta per eorum cẽtra ab extremo ad extremum ducatur uidelicet a puncto. a. ad punctum.b.ducatur & sic eam in quatuor etiam equalia secari ut superius continget hoc modo uidelicet.

Linea recta diuisa in tris partes equales.



Conclusio

Linea recta diuisa in quatuor partes equales.

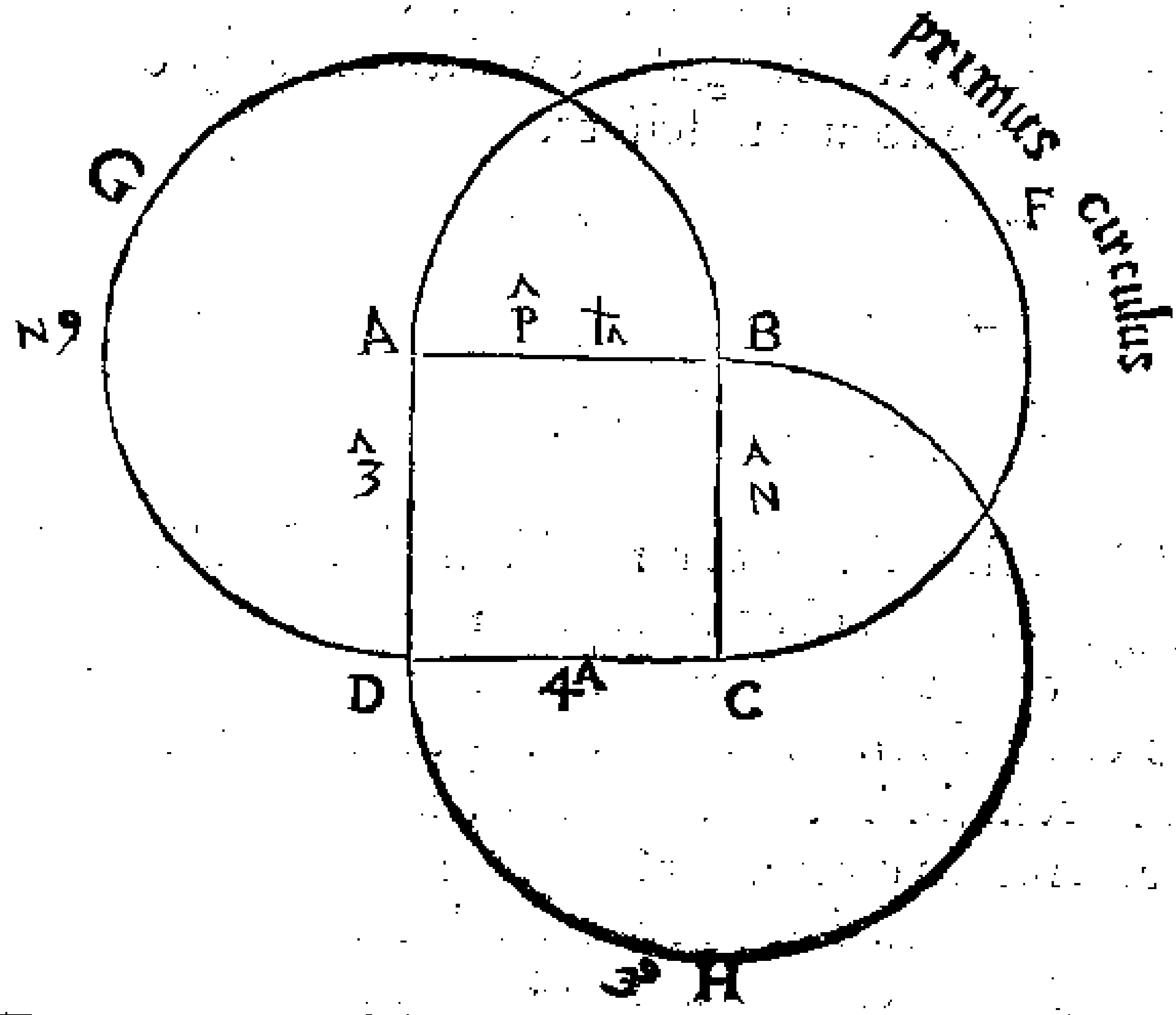


Quarta conclusio.

¶ Ex quatuor lineis rectis equalibus quadratū equi-
laterum atq; rectangulum collocate.

Hoc quidem manifestum est. & ni-
hilominus potest demostrari sic
fiāt due lineæ rectæ sese in capite
contingentes ex quarum cōtactu
cōstituatur unus angulus rectus.
Deinde ponat̃ pes primus in cō-
tactu ipsarū linearum: & reliquus
pes in contactu alterius linearū
predictarum nec circulus compleatur sed completus in
telligatur. De lune ponat̃ pes circini non uariati in capi
te alterius linearū predictarū uersus circunferentiā quæ
scilicet duæ lineæ supradictæ sint duæ semidiametri cir-
culi prelibati. Alter uero pes ponatur in centro predicti
circuli & ducatur constituens circulum intersecantē pre
dictum & se per illū in uno loco usq; ad locum ad quē du
cta decenter linea recta constituat angulum rectū cū se-
midiametro circuli primi, qui terminetur in centro hu-
ius circuli secundi post hoc autē ponatur pes circini nō
diuersificati in capite alterius semidiametri primi circuli
uersus circunferentiam: reliquus uero ponatur in centro
eiusdem circuli primi & ducatur usq; ad locū ubi termi-

natur linea recta ducta de cētro secūdi constitues circu lum intersecātē primū & desuper illū in uno loco exteri us linea recta trahat de cētro huius tertii usq ad caput li neæ ꝓcedētis de cētro secūdi ut patet in sequēti figura.



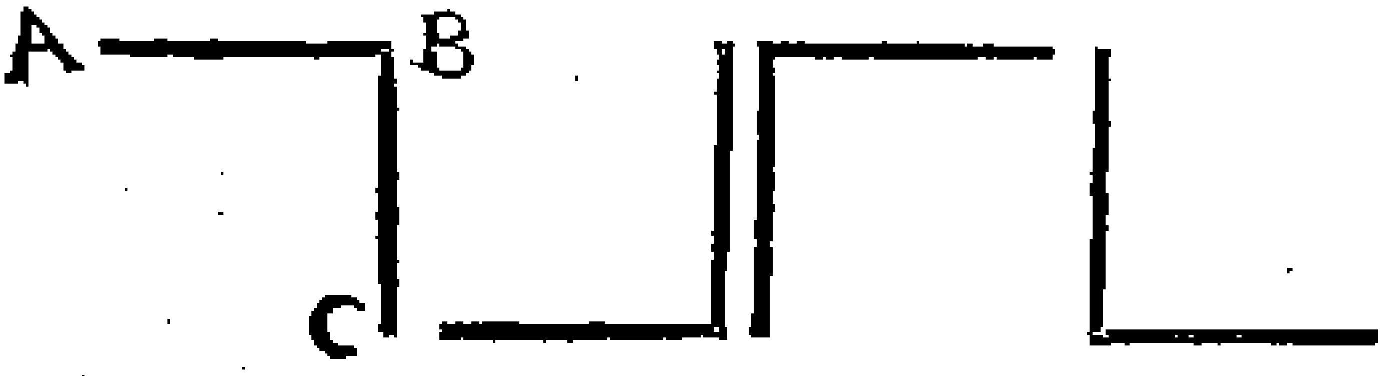
Deinde ponat pes circini nō mutat in capite predi ctæ lineæ ꝓcedētis de cētro secūdi circuli ad circū ferentiā alter autē pes ponat in cētro tertii & ducat usq ad centrū secūdi cōstitues circulū intersecātē ipsos tertiū & 2m quelibet in uno loco & seper illos ut in figura ple nius apparet qtuor igit lineæ rectæ in pdictis circulis cō tente cōstituūt qdratū equilaterū sunt eni equales sibi in uicē omnes: Nā quelibet due lineæ sunt in eodem circu lo a centro ad circunferentiam protracte, Et notaq ideo

Conclusio

non cōplentur actu dicti circuli quia completi actu tollerent euidentē sensibilitatem quadrati sub eis cōstituti.

Additio.

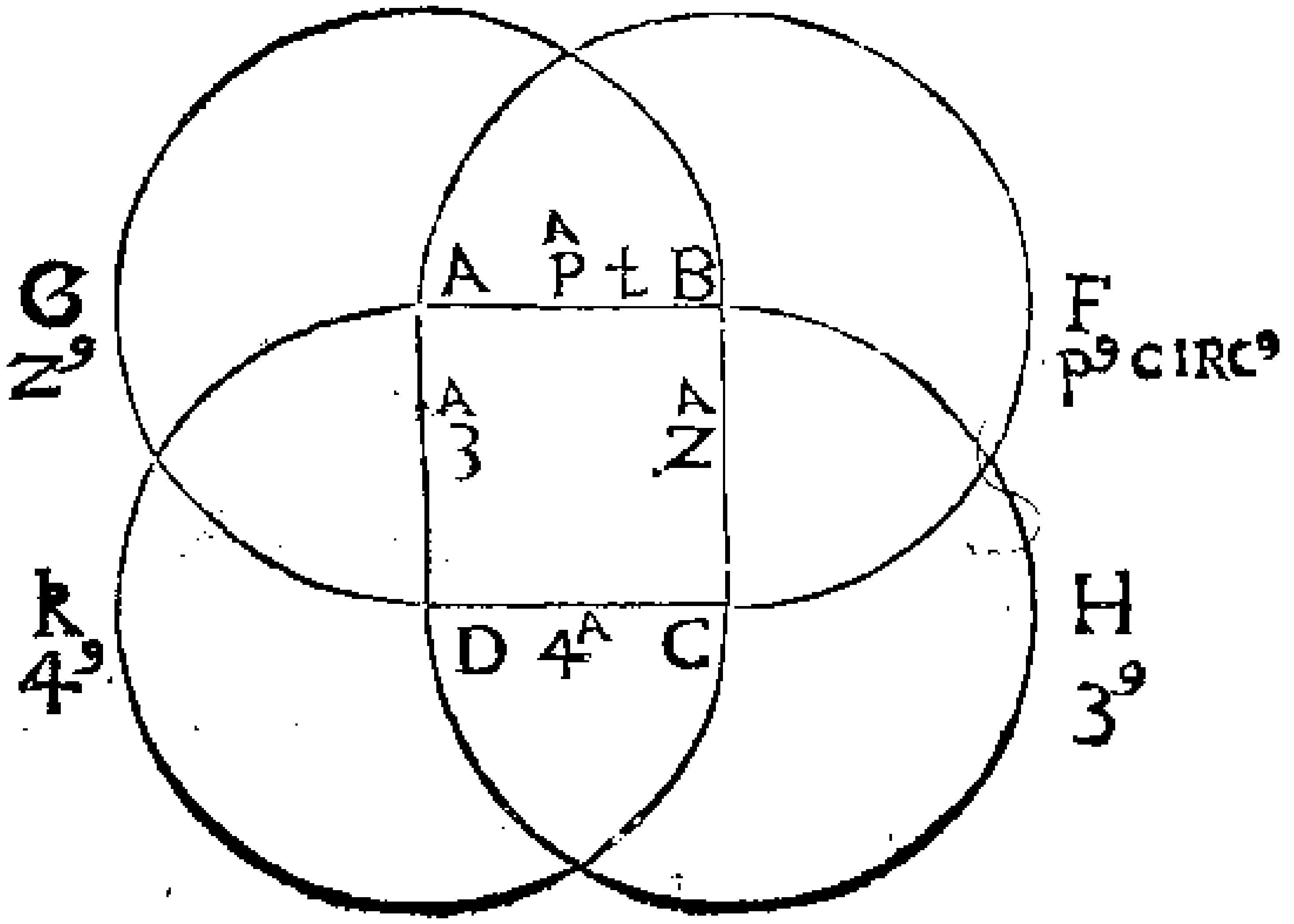
IN hac quarta conclusione campanus hec sentire uidetur ꝙ si due lineæ rectæ sese attingant & ex earum attactu rectus angulus constituatur aliquo istorum quatuor modorum uidelicet.



POstmodum pes circini immobilis in aliquo ipsarum linearū contactu firmetur: alter uero pes mobilis a capite unius lineæ ad caput alterius dūtaxat uersus circunferentiam ducatur ut pote sic una ac prima linea recta.a.b. Altera uero sic.c.b.ex quarū attactu in puncto.b. rectus cōstituitur angulus postmodū figatur pes circini in istarū linearū contactu.b. Alter uero pes circini mobilis ducatur a caput ipsius lineæ a uersus partem exteriorē contactus ipsarū linearū usq; ad punctū tantūmodo.c. Terminans lineam secundum.b.c.nec circulus ipse aliter actu compleatur sed cōpletus intelligatur propter causam inferius dicendam: & sic fere constitutus est unus & primus circulus scilicet.a.f.c.cuius centrum est b. & intra ipsum circulū sunt due semidiametri quarum prima est.a.b.secunda uero.b.c. Deinde circini nō uariati a priori dispositione pes unus imobilis ponatur in pūcto.a.qui est centrum secundi circuli: alter uero circini

pes mobilis ponat̃ in centro primi circuli ſcilicet in pun
cto.b.Et circunducatur ſecundum cõſtituens circulum
ꝙ interſecet primū; & interſecet̃ ab eodem in loco uno
uerſus circunferentiã ſcilicet in directo medietatis lineæ
a.b.& circunducatur ad locũ uſq; ad quem ducta dicen-
ter linea recta angulum conſtituat rectum cum primi cir
culi ſemidiametro ꝙ ſecundus circulus terminetur in lo
co ſcilicet ſupra quem cadere poſſit ortegonaliter linea
recta ducta de centro.a. uerſus partem inferiorẽ uſq; in
directo puncti terminantis lineam ſecundam.b.c.quæ li
nea directe protrahatur inferius & uocetur tertia linea.
a.d.& ex his duobus circulis expreſſe patet intuenti ꝙ
tria erunt conſtituta quadrati latera cuius primum latus
erit.a.b.ſecundum uero.b.c.ſed tertium.a.d.linea ſcili-
cet & ſemidiameter ſecundi circuli.b.g.d.his autem ex
peditis unus pes circini immobilis ponatur in puncto ſi
ue in capite alterius ſemidiametri primi circuli/quæ ſe-
midiameter ſiue linea ſecunda.b.c.ſuperius dicebatur al
ter uero circini pes mobilis ponatur in centro eiuſdem
primi circuli uidelicet in puncto.b.& circunducat̃ uer-
ſus circunferentiam primi/iſte tertius ciculus qui primũ
interſecet interſeceturq; ab eodẽ in loco uno uerſus par
tem exteriorem ſcilicet in directo medietatis lineæ.b.c.
& iſte tertius circulus.b.h.d.circunducatur uſq; ad pun
ctum.d.& poſtmodũ ab eodemmet puncto.d.trahatur
linea recta uſq; ad punctum.c.quod eſt centrũ huius ter-
tii circuli:& ſic ex quatuor lineis rectis equalibus conſti
tutum eſt quadratum equilaterum atq; rectãgulum ſunt
etenim tales quadrati lineæ equales ſibi inuicem omnes:
quoniam quælibet due lineæ rectæ ſunt in eodem circu-

lo & a centro eiusdem ad circunferentiā protracte quemadmodum in suprascripta auctoris patet figura: Et nota ꝙ circuli ut etiam dicit auctor iccirco non complentur actu sed completi intelliguntur siquidem actu completi tollerent euidentem quadrati sensibilitatem & apparentiam sub eis constituti. Pro maiori autem euidentia atq; doctrinæ abundātia supradictis hec etiam addi possunt. exactis tribus circulis ueluti demostratum est in suprascripta figura in qua quatuor lineæ rectæ constituebant quadratū hoc est figurā quæ equalibus lateribus oēs quatuor angulos equos habet idest rectos. ponat' pes circini imobilis in capite p̄dictæ lineæ ꝓcedentis de cētro tertii alter uero circini pes mobilis ponat' in cētro secūdi. a quo circūducat' usq; ad centrū tertii circuli quartū cōstitués orbē. c. K. a. q interfecet ꝭm atq; tertiū circulū quelibet in suo loco. intersecetur q; ab eisdē hoc mō uidelicet.



Quinta conclusio.

¶ Omnis figura plana unica linea orbiculariter ducta contenta cuius diameter trāscendit precise quartam eiusdem figure in semipartibus tribus est equalis quadrato cuius latus eiusdem circuli diameter trāscendit precise in semipartibus tribus.

Huius ueritas sic patet. Nam que cunq; ab eodem superantur equali interse sunt equalia. Si enim tetracubitum aureum & tetracubitum argenteum a pentacubito ligneo equaliter superant͛ quia in cubito uno. Tetracubitum aureum & tetracubitum argenteum necessario equātur. Quia igit͛ quelibet quarta & quodlibet latus huius quadrati a diametro circuli equaliter superant͛ quia in semipartibus tribus: quelibet quarta circuli & quodlibet latus quadrati hui⁹ sunt equales: Et sic circulus & huiusmōdi quadratum sunt equalia.

Additio.

Ista est quinta auctoris conclusio quæ maior dicēda est demostrationis nostræ de circuli quadratura quam intendimus in qua campanus noster hæc sentire uidetur: ꝙ omnis figura plana unica linea orbiculariter dicta contenta siue quæ cōtinetur unica tantūmodo linea. s. circunferentiali cuius circuli diameter transcēdit idest superat precise quartam eiusdem figuræ scilicet ipsiusmet circuli in semipartibus tribus hoc est in tribus dimidiis partibus siue in una parte cum dimidia est equalis cuilibet quadrato cuius quadrati latus diameter eius

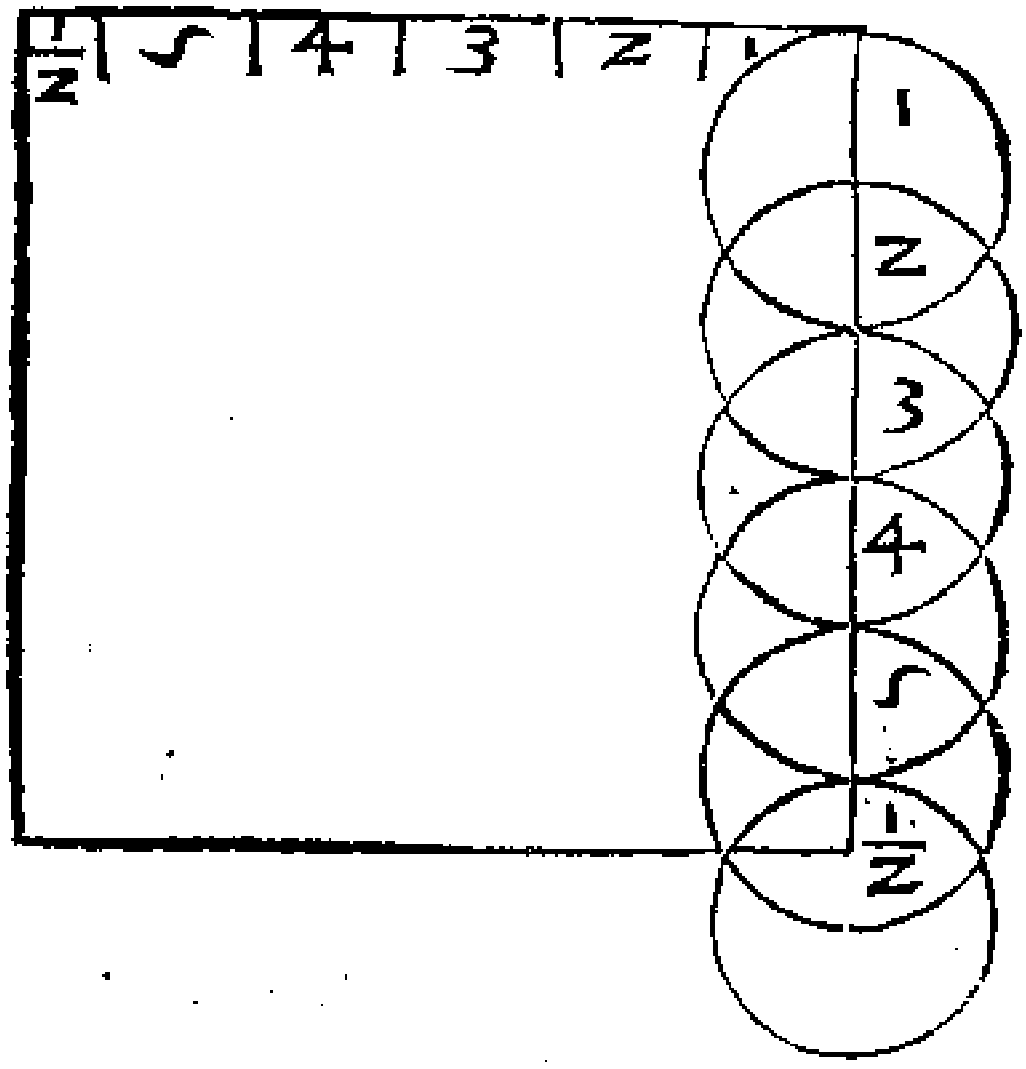
cta circuli diametro equaliter superat quia scilicet ut di ctum est in semipartibus tribus siue in una parte cũ dimi dia iccirco quelibet lates huius quadrati sunt equales & sic circulus & huiuscemodi quadratũ sibi inuicẽ adequã tur. Sed hæc omnia unico exẽplo cãpanus noster hoc pa cto cõprobat. Si tetracubitũ aureũ & tetracubitũ argen teum a pentacubito eburneo equaliter superant quia in unico dũtaxat cubito sequit ꝙ tetracubitũ aureum & te tracubitũ argẽteum interse necessario adequant: Siqui dem per cõmunes cũ conceptiones quelibet spatia & in teruaIla quæ uni & eidẽ sunt equalia & sibi inuicẽ equa lia erunt. Itẽ quecũq; ab eodẽ superant equaliter inter se sunt equalia: Concludimus itaq; ꝙ quelibet quarta cir culi & quodlibet latus quadrati cum ab uno tertio. s. ab eiusdem circuli diametro superãtur equaliter inter se in uicem penitus equales esse necesse est.

Minor propositio quæ est sexta conclusio.

¶ Omnis circulus est figura plana unica linea orbicula riter ducta contẽta cuius diameter trascendit ꝓcise quar tam partem eiusdem figure in semipartibus tribus.

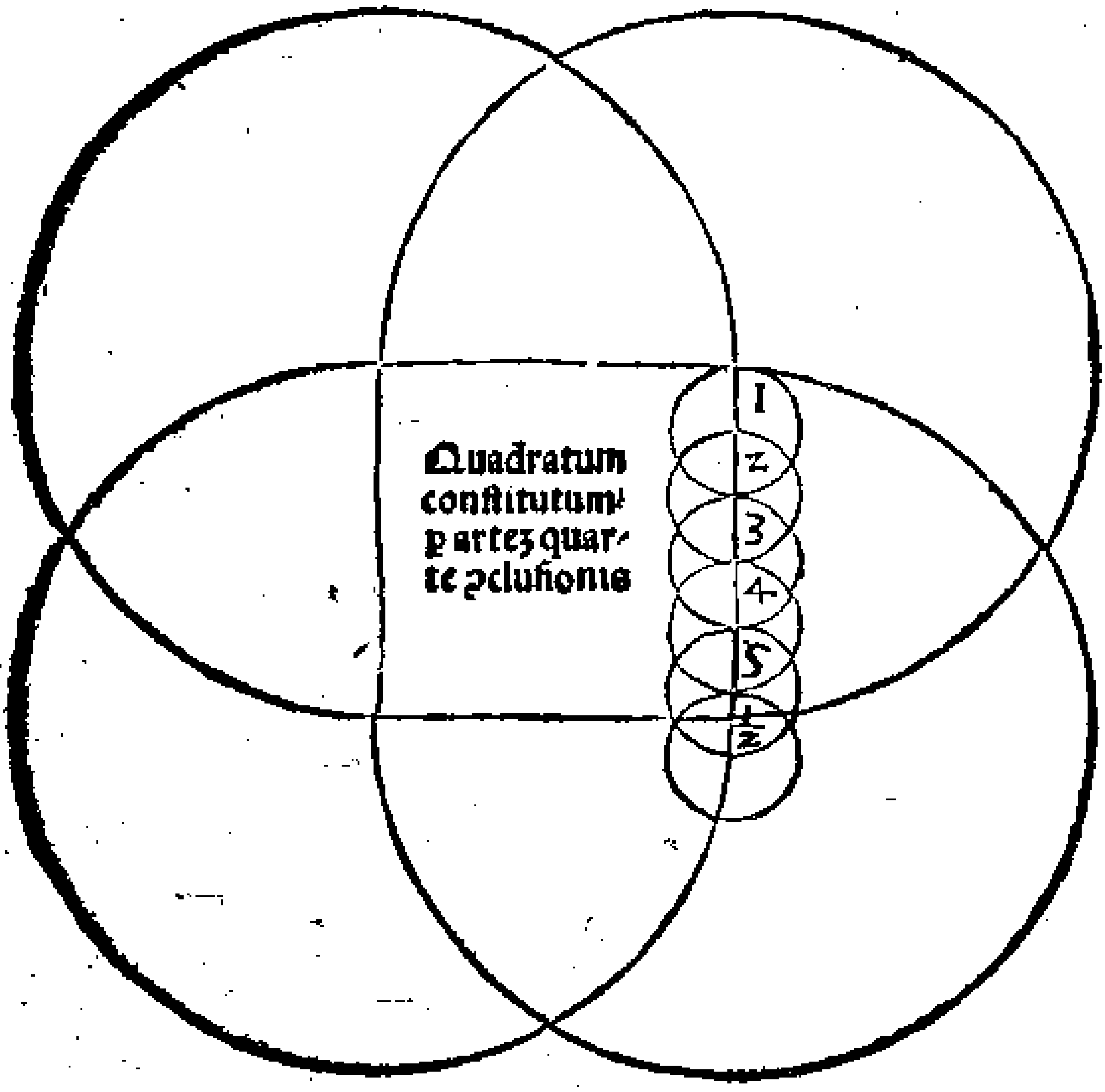
Huius declaratio patet in quarta propositio. Si enim secundum ꝙ pleriq; matcematici scripserũt & iuxta phisicam ueritatẽ circulus diuidatur in. 22. partes & remo ta una scilicet. zz. parte tertia re manẽs scilicet septima est diame ter circuli. Et quarta eiusdem cir culi cõtinet quinq; partes & dimidiam diameter scilicet septima trascendet precise quartam circuli scilicet.). par

SIc circulus constitutus per artem tertiæ conclusio nis.a.e.b.d.eiusq; diameter diuisa in septem partes equales.a.b.Sed a puncto.c.usq; ad.b.dicitur una quarta circuli/quæ continet.5.partes cum dimidia diametri eiusdem/& restabunt tres dimidie partes siue una pars cũ dimidia scilicet a puncto.a.usq; ad.c.& sic huiuscemodi circulus erit equalis/quadrato secundum artem quarte conclusionis hic statim inferius describendo/cuius quadrati quodcũq; latus continet quinq; partes & dimidiã diametri/pdictis circuli/ut manifeste patet intuenti.



Conclusio Sexta

QVodlibet latus huius quadrati per artem quartæ conclusionis constituti/continet.5.partes & dimi diam de diametro circuli superius descripti per artem tertiæ cōclusionis/& sic huiuscemodi quadratū & circu lus interse adequantur & equiualent ut docuit cāpanus.



τέλος.

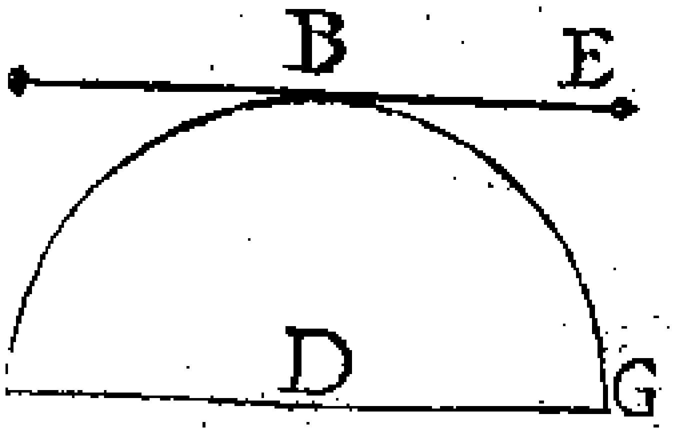
Archimedis Syracusani Tetragonismus.

¶ Incipit archimenidis quadratura parabolæ.

ARchimenides dositheo bene agere audiens/Kononē quidem mortuum esse/ꝙ erat nobis amicus. Quendam autem Kononis notum esse/& geometriæ domesticum fore mortuum quidemgrauiter doluimus/tanq; uiro amico existente/& in mathematibus mirabile quodā preconati autem sumus mittere scribentes ut cononi scribere cōsueueramos geometricorum theorematum quod prius quidem non erat theorematū. Nūc autem ab aliis speculatum est prius quidē per mathematicam inuentum. Deinde autem per geometriam demostratis quidem prius circa geometriam elaboratis conati quidem scribere ut possibile erat. Circulo dato & circuli portioni date spatium inuenire rectilineum equale. Et post hoc spatium quod continetur a portione totius coni & a recta quadrare. Acceptauerunt sumentes non facile concessibilia fundamēta quæ quidem ipsis a plurimis non inuenta hæc despecta sunt/Portionem autem contētam a sectione rectanguli coni nullum primorum conantem quadrare comperimus quod ut quæ nunc a nobis inuentum est. Demostratur enim ꝙ omnis portio contenta a recta a sectione rectanguli coni est epytrica trigoni habentis basem eandem & altitudinem equalem por-

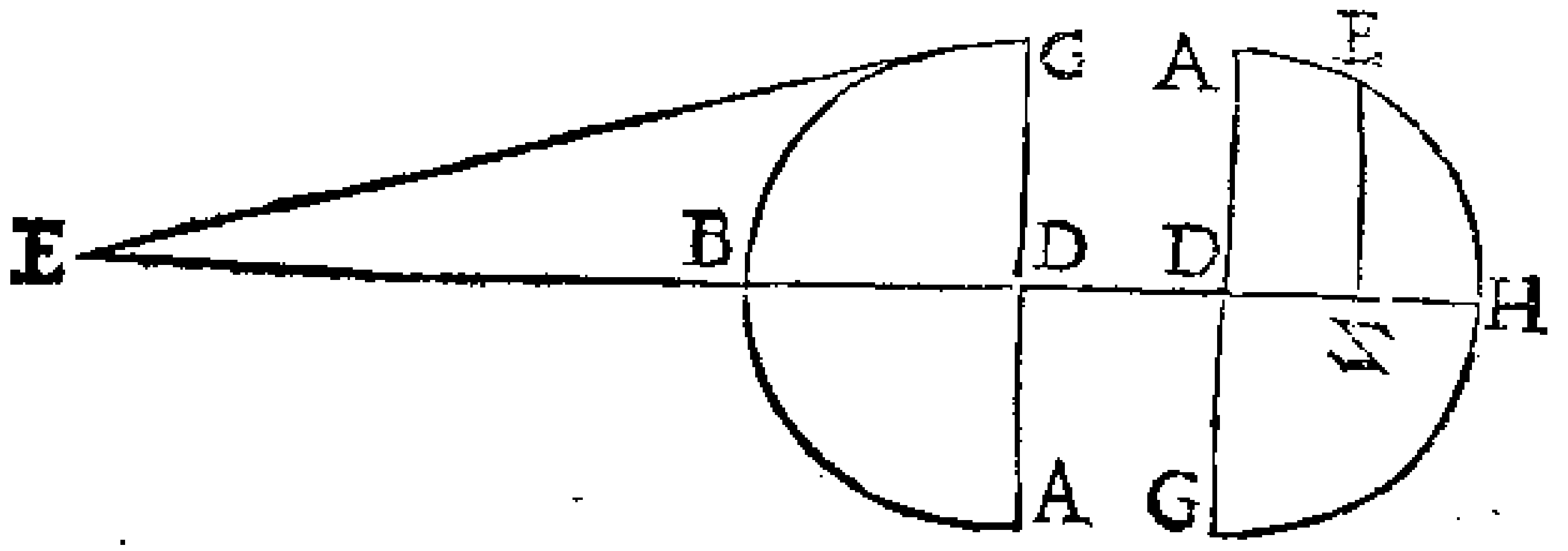
tioni. Sumpto hoc fundamento ad demostrationem ipsi us in equalium spatiorum excessum quo maius excedit minus possibile esse ipsum excessum cōpositum excedere omne propositum finitum spatium: Usi sunt autem & priores geometre hoc fundamento: circulos enim habere duplam proportionem adinuicem diametrorum demostrarunt utentes hoc fundamento: Et in sphæras quidem triplam proportionē habent adinuicem diametrorū. Et adhuc autem & omnis piramis tertia pars est prismatis eandem basem habentis cum pyramide & altitudinem equalem. Et quia omnis conus tertia pars est chilindri habentis eamdem basem cum cono & altitudinem equalē similiter predicto fundamento accipientes sumpserunt. Accidit predictorum theorematum unumquodque nullo minus eorū quæ sine hoc demostrata sunt credemus: Sufficit autem ad similem fidem huius inductum expositorum a nobis. Describentes igitur ipsius demostrationes mittimus primum quidem quomodo per mathematicam cōsideratum est. post hæc autem & equaliter per geometricata demostratur. perscribentur autem & elementa conica oportuna ad demostrationem. Vale.

SI sit rectāguli coni portio in qua quæ. A. B. G. quæ autem. b. d. apud diametrū. uel ipsa diameter quæ autem. A. G. penes eam quæ secundum. B. contingentem sectionem coni. equalis erit quæ. A. D. ipsi. D. G. & si equalis sit quæ. A. D. ipsi. D. G. paralelle erunt quæ. A. G. & secundum. B. cōtingens sectionem coni.



SI sit rectanguli coni portio quæ.A.B.G.sit autem quæ quidem.B.D.apud diametrum uel ipsa diameter/quæ autem.A.D.G.apud eam quæ secundum.B.cõtingentem sectionem con ¿Q uæ autem.E.G.cõtingens portionẽ coni apud.G.erit quæ.B.D.B.E.equalis.

SI sit rectanguli coni portio quæ.A.B.G.Sit autẽ.B.D.apud diametrum aut ipsa diameter & ducantur quedam quæ ad.z.E.penes eam quæ secundũ.B.contingentem sectionem coni erit ut quæ.B.D.longitudine ad.B.z.ita potentia quæ.A.D.ad lineam.E.z.Demostrata sunt autem hæc in ælementis conicis.



SIt portio cõtenta a recta & sectione rectanguli coni.A.B.G.quæ autem.B.D.A.media linea.A.G.apud diametrum ducatur/uel ipsa diameter sit/ & quæ.B.G.recta copulata educatur si itaq; producatur aliqua alia quæ.z.T.penes lineam.B.D.secans rectam quæ per puncta.B.G.eandem proportionem habebit quæ.z.T.ad lineam.T.H.quam quæ.A.D.ad lineam.D.z.Ducatur enim per.K.penes lineã.A.G.quæ.H.K.aliter.K.I.est autẽ ut quæ.B.D.ad.B.K.longitudine itaq;.D.G.ad lineam.K.I.potentia demostratum est/Hoc enim erit

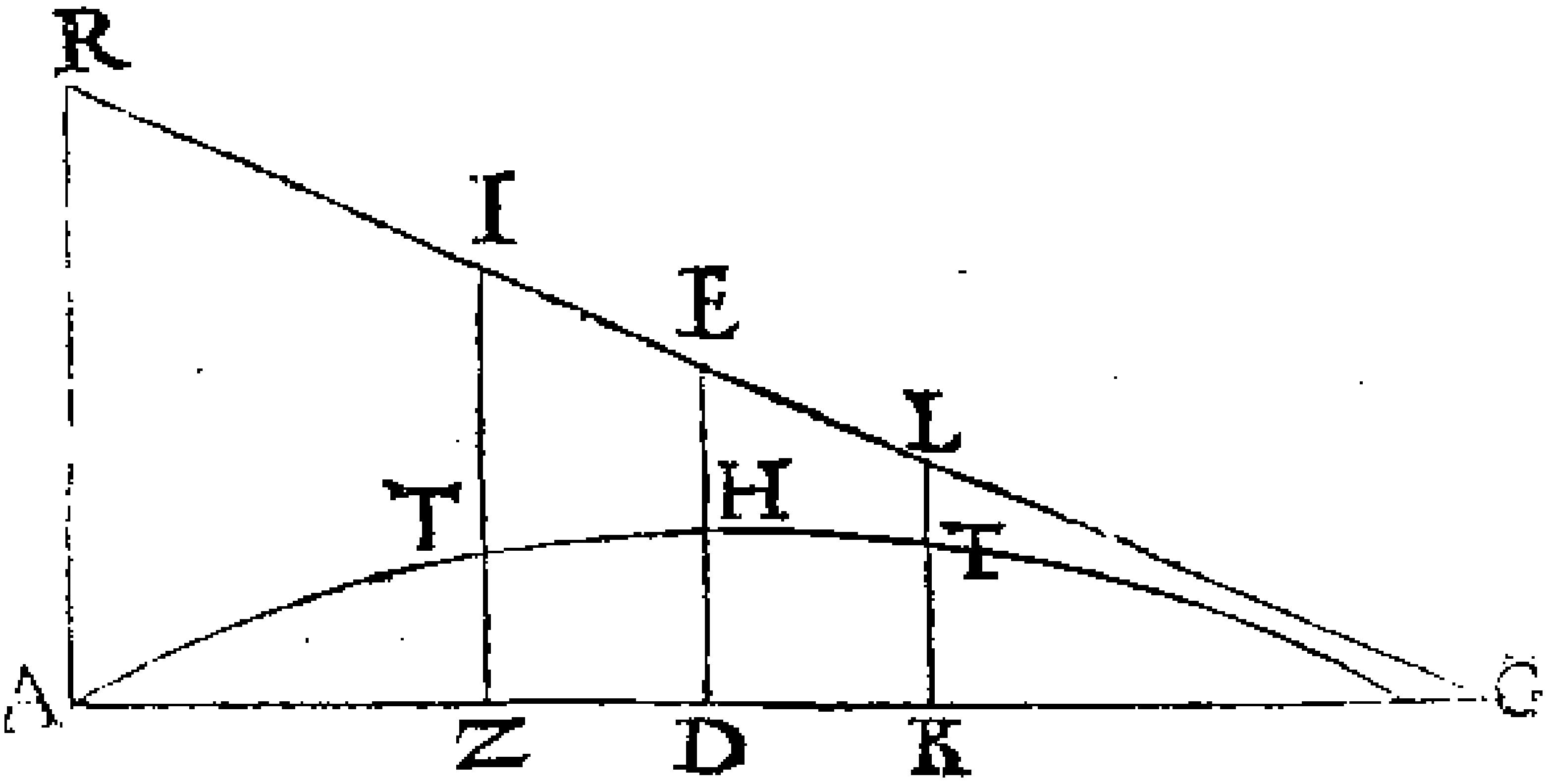
RVrsum qm̃ penes diametrũ est quæ.d.e.& a signo g.ducta est quæ.g.e.cõtingens sectionem rectan guli coni secundũ.g.Quæ autẽ.d.g.equidistans ei quæ secundum .b.contingenti equalis est quæ.e.b.ipsi.b.d. q̃re eãdem habet proportionem quæ.a.d.ad lineã.d.g. quã quæ.d.b.ad lineam.b.e.Siquidẽ igitur in duo equa pro qua producta est secat lineam.a.g.demostratum est. Si autẽ nõ ducatur aliqua alia quæ. k.l.penes lineã.a.z. demostrandũ igitur q᷒ eandem habet proportionẽ quæ. d. k.ad.k.g. quam quæ.k.t.ad.t.l.quoniã enim equalis est quæ.b.e.ipsi.b.d.equalis est & quæ.i.l.ipsi. k.i.eandem ergo proportionẽ habet quæ.l. k.ad.k.i.quã quæ a.g.ad lineam.d.a.habet autẽ & quæ. k.i.ad.lineã. k.t. eandem proportionẽ quã quæ.d.a.ad lineam.a. k.demostratũ est enim in priore quare eãdem proportionem habet quæ .k.t.ad lineã.t.l.quoniã quæ.a. k. ad lineam.k. g.demostratum est.igitur propositum.

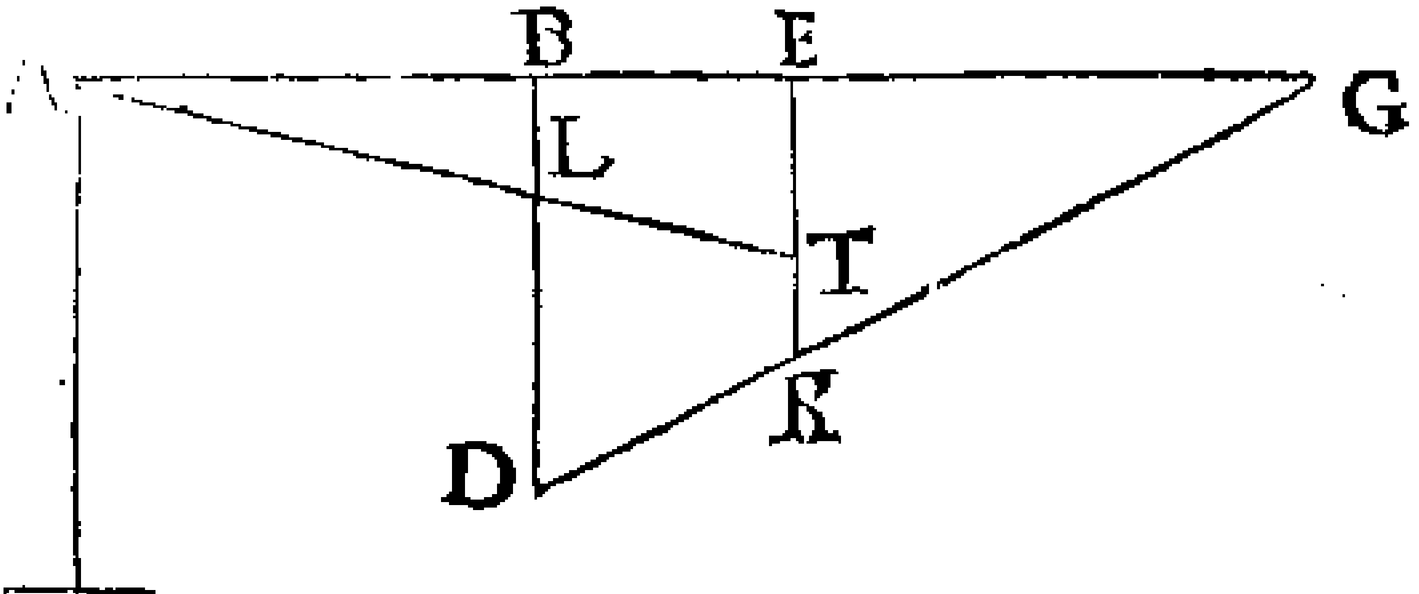
INtelligatur ergo propositum in recto ad orizontem & lineæ.a.b.hoc quidẽ ad eandẽ ipsi.d.intelligantur hæc autẽ ad alteram sursum.Trigonũ autẽ.b.d.g. sit rectãgulum habens rectum angulum apud.b.Et latus b.g.equale medietati libre uidelicet equali existente linea.a.b.ipsi.b.g.Suspendatur autem trigonum ex signis b.g. Suspẽdatur autem & illud spatium.z.ex alia parte libre apud.a.& equaliter repat spatiũ.z.apud.a.suspensum trigono.bd.g.sic existenti ut nunc iacet.Dico itaq; spatium.z.trigoni.b.d.g.esse tertiã partem . Quoniã enim supponitur equaliter repere libra assimulatur linea.a.g. ipsi orizonti ducte autẽ ad angulos rectos ipsi.a.g.inrecto plano ad orizontẽ erunt kathoti ad orizõtem.Scce

tur itaq; linea.b.g.apud.e.ita ut linea.g.e.sit dupla lineæ e.b.& ducatur penes lineam.d.b.quæ.est.K.e.& secetur in duo equa apud.t.trigoni itaq; .b.g.d.centrum grauitatis est.signum.t.

INtelligatur ergo propositum in recto ad orizontem.& lineæ.a.b.hoc quidem ad eandem ipsi.d.intelligantur hæc autem ad alteram sursum. Trigonum autem.b.d.g.sit rectangulum habens rectum angulũ apud b.& latus.b.g. equale medietati libre uidelicet equali existente linea.a.b.ipsi.b.g. Suspendatur autem trigonum ex signis.b.g.Suspendatur autem & illud spatium.z.ex alia parte libræ apud.a.& equaliter repat spatium.z.apud.a.suspensum trigono.b.d.g.sic existẽti ut nunc iacet. Dico itaq; spatium.z.trigoni.b.d.g.esset tertiam partem. Quoniam enim supponitur equaliter repere libra assimilatur linea.a.g.ipsi orizonti/ductæ autem ad angulos rectos ipsi.a.g.in recto plano ad orizontẽ erunt Katheti ad orizõtem:Secetur itaq; linea.b.g.apud.e.ita ut linea.g.e.sit dupla lineæ.e.b.& ducatur penes lineam.d.b.quæ est.K.e.& secetur in duo equa apud.t.Trigoni itaq;.b.g.d.centrum grauitatis est signum.t.Ostensum est enim hoc in mathematicis.Si trigoni.b.d.g.quæ quidem secundum.b.g.appensio soluatur & suspendatur secundum.e.manet trigonum ut nunc se habet. Vnũquodq; enim suspensorum ex quo signo statutum est manet ut secundum Kathetum sit signum appensi & centrum grauitatis suspensi/ostensum est enim hoc. Quoniam igitur eandem habebit consistentiam trigonum.b.g.d.ad librã eque repet/similiter spatium.z.Quoniam autem equaliter repunt spatium quidem.z.suspensi apud.a.& trigonũ

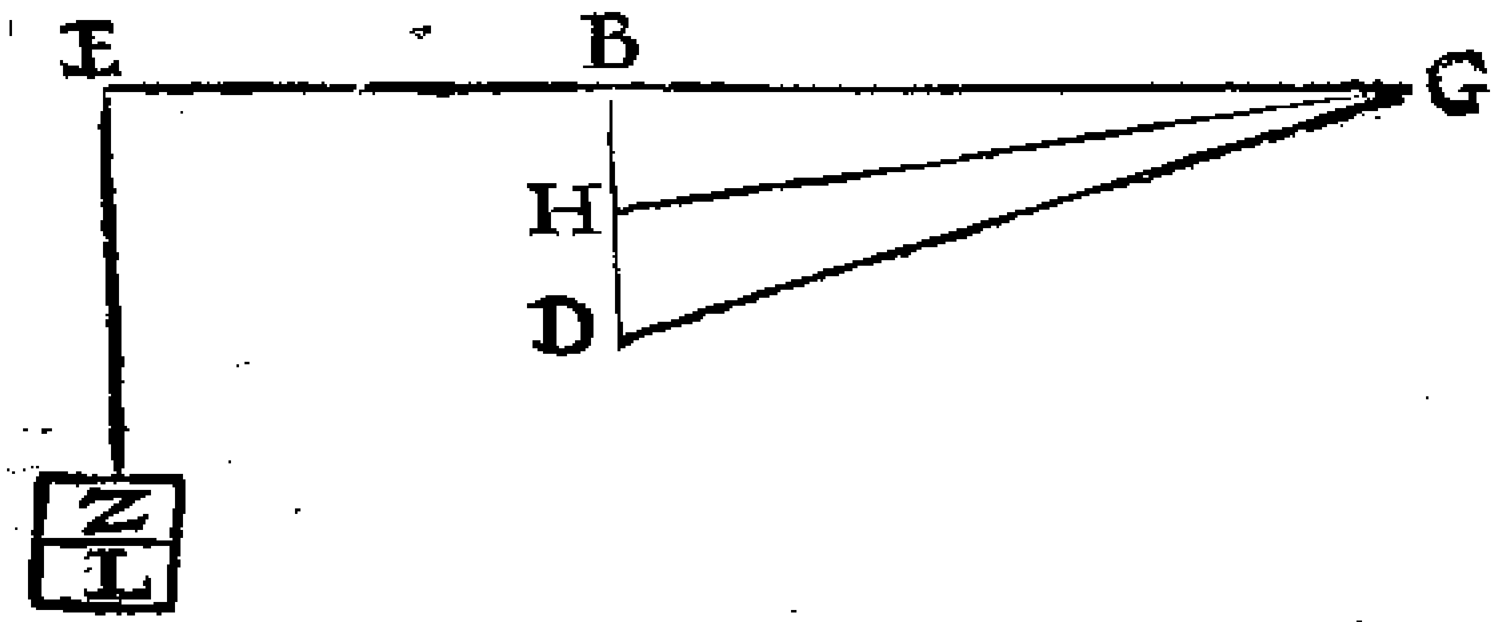
d.b.g.ſecundum.e.Palam ꝙ contra paſſa ſunt longitudinibus & eſt ut quæ.a.b. ad lineã.b.e. ita trigonum.b.d.g.ad ſpatium.z.Q uẽ autẽ.a.b.tripla eſt lineæ. b.e.& trigonum ego.b.d.g.triplum eſt ſpatii.z. manifeſtũ autẽ ꝙ & ſi triplũ ſit trigonum.b.d.g.ſpatii.z.ꝙ equaliter repẽt.





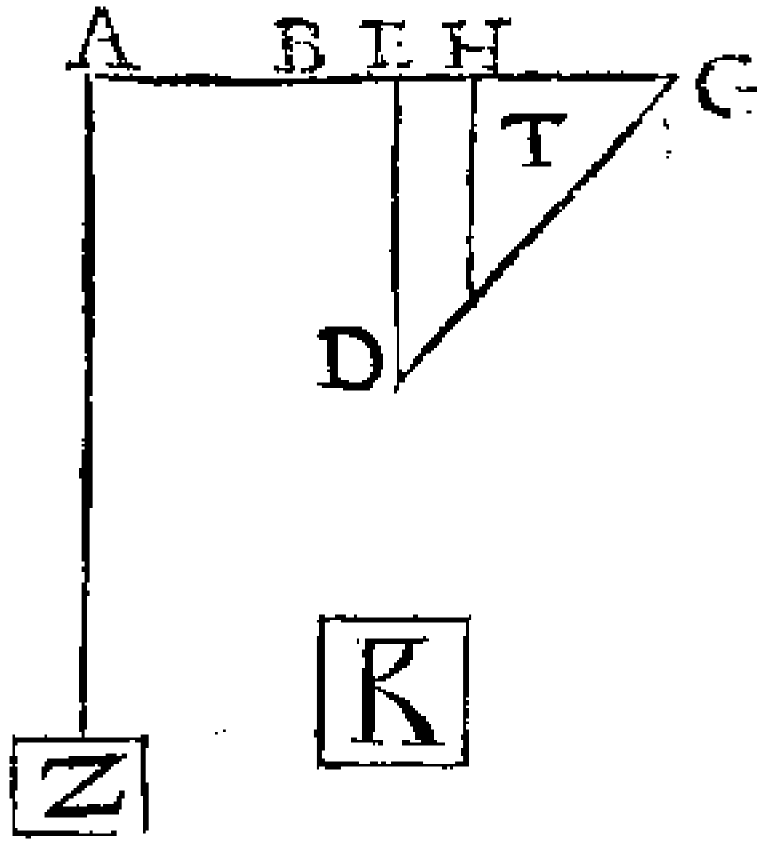
Itrurſum libra linea.a.g.medium autèm ipſius ſit.b,& ſuſpendatur apud.b.trigonum.g.d.h. ambligonum baſim quidem habens lineam.d.h. Altitudinem autem lineam equalem exiſtẽtem medietatati libræ & ſu

ſpendatur trigonum.g.d.h.ex ſignis. b.g. Spatium autẽ z.ſuſpenſum ſecundum.a.ſit equaliter repens cum trigo no.g.d.h.ſic ſe habente ut autem iacet: Similiter autem demoſtrabitur ſpatium.z. eſſe tertia pars trigoni. g.d.h. Suſpendatur enim & quidem aliud ſpatinm.l.a. quod ſit tertia pars trigoni.b.g.h.equaliter autem repet trigonũ b.d.g.ſpatio.z.l.Quoniam igitur trigonũ quidem.b.g. h.equaliter repat cum ſpatio.l.trigonũ autem.b.g.d. cũ. z.l.manifeſtum q & trigonũ.g.d.h. triplum eſt ſpatii. z.

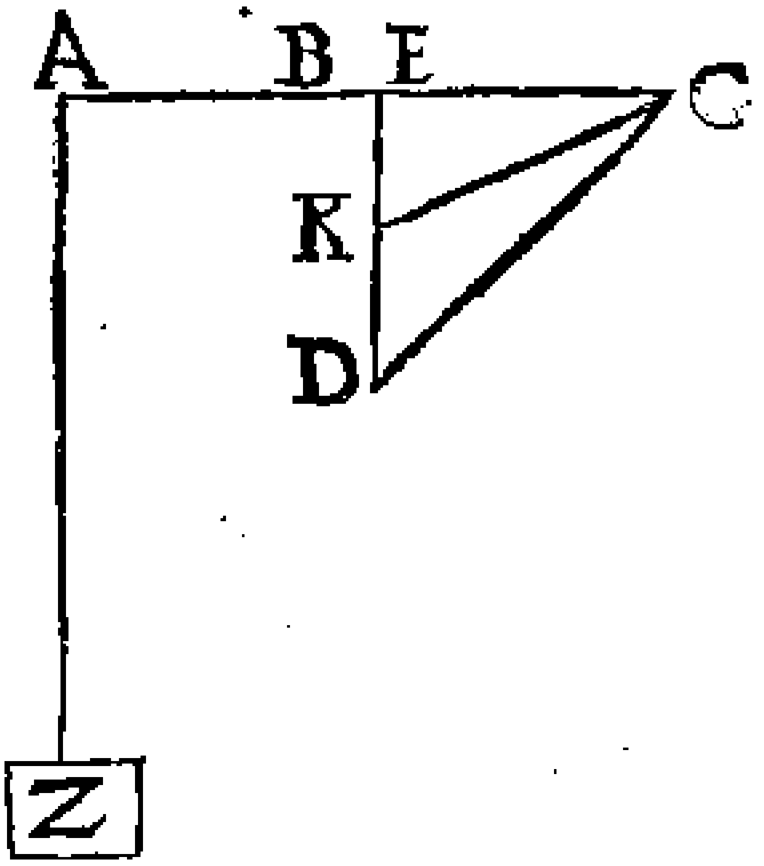


SIt libra.a.b.g.medium autẽ ipſius.b. & ſecundum b.ſit appreſſum trigonum.d.g.e.rectangulum re ctum angulum habens apud.e.& ſuſpendatur ex libra ſe cundum.g.e.Spatium autem.z. ſuſpendatur ſecundũ.a. & equaliter repat cum trigono.g.d.e.ſic exiſtenti ut nũc iacet.Quam autem proportionem habet quæ.a.b.ad li neam.b.e.hanc habet trigonum.g.d.e.ad ſpatium.k.Di co itaq; ſpatium.z.trigono quidem.g.d.e.minus eſſe ip ſo autem.k. maius.Accipiantur enim trigoni.g.d.e.cen trum grauitatis & ſic.t.Et quæ.t.h.ducatur penes lineam d.e.Quoniam igitur equaliter repit trigonum.g.d.e.cũ ſpatio.z.eandem habet proportionem ſpatium.d.g.e. ad

ſpatium.z.quam quæ.a.b. ad lineã.b.h. Quare minus eſt.z.quam g.d.e. Et quoniã trigonum.g.d.e.ad ſpatiũ quidem.z.hac habet proportionem quam quæ.b.a. ad lineã b. h. Ad ſpatium autem.K. quam quæ.b.a. ad lineam.b.e. Palam ꝙ maiorem proportionem habet trigonum.g.d.e.ad ſpatium.K. quam ad ſpatium.z.quam ſpatium.K.

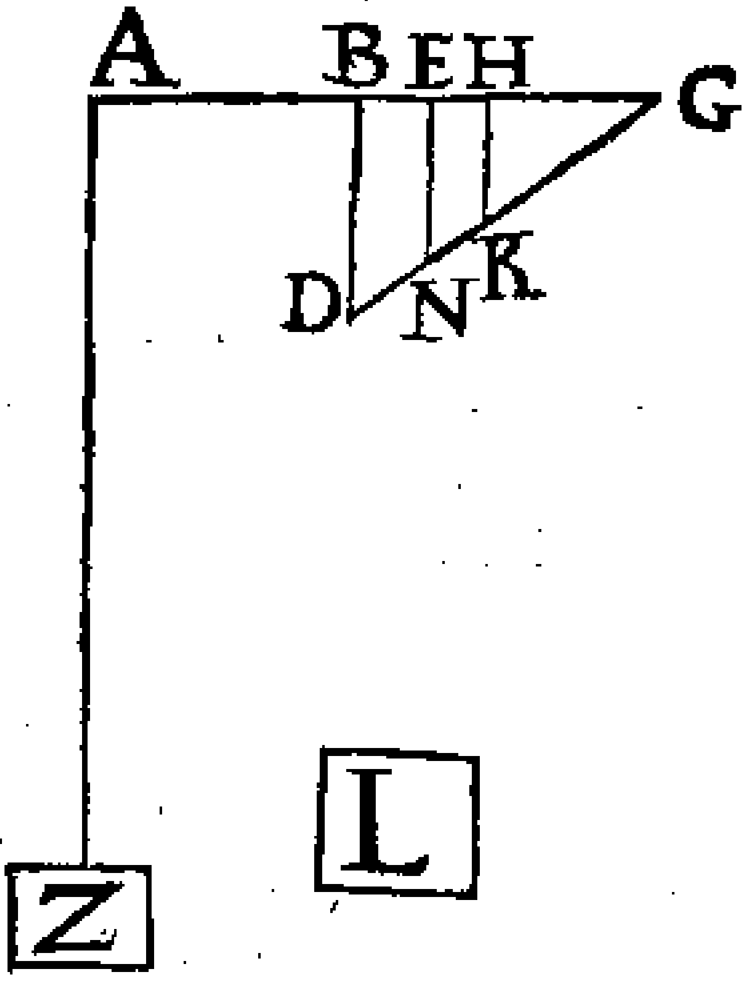


Sit rurſum libra quidem.a.g.Medium aũtem ipſius b.Trigonum autem.g.d.K.ſit ambligoniã baſim quidem habens lineam.d.K. Altitudinem autem lineam e.g.&.ſuſpendatur ex libra ſecundum.g.e.ſpatium autem z. ſuſpendatur ſecundum.a. Et equaliter repat tum trigono. d. g. k. ſic ſe habente ut nunc iacet. Quam autẽ proportionem habet quæ.a.b. ad lineam.b.e.hanc habet trigonum.g.d.K. ad ſpatiuml. Dico itaqꝫ ſpatium.z. Spatium quidem.l.maius eſſe triangulo autem.d.g.K.minus demoſtrabitur autem ſimiliter cum priori.



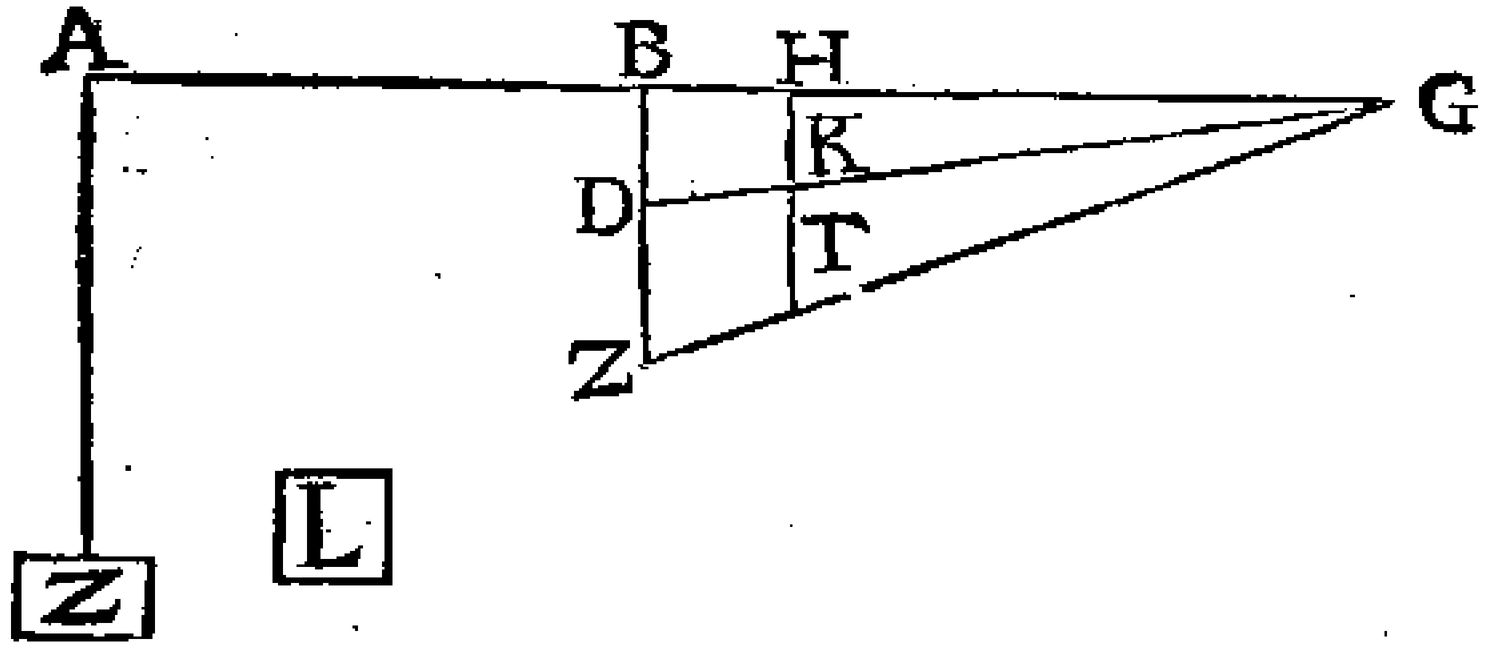
Sit rurſum.a.b.g.libra & medium ipſius ſit.b. quod autem.d.b.h.K.trapezale eos quidem qui apud ſi-

gna.b.H.angulos habens rectos.Latus autem.k.d.uer
gens ad.G.Et quam habet proportionem quæ.a.b.ad li
neam.b.h. hanc habet trapezale.b.d.k.H. ad spatium.L.
Suspendatur autem & spatium.z.secundum.a. & equali
ter repat cum trapezali.b.d.h.k. sic se habenti ut nunc
Supponit dico spatium.z.esse minus q̄.l.Secetur enim
quæ.a.g. apud.e. ita ut quam habet proportionē dupla
ipsius.d.b.& quæ.K.h.ad duplā ipsius.K.h.& ipsius.d.
b.hanc habeat quæ.e.h.ad lineā.b.e.& per.e.penes lineā
b.d.ducta quæ.e.enim secetur in duo equa apud.t.trape
zale itaq;.b.d.h.k. centrū grauitatis est signū.t.ostēsum
est enim hoc in mathematicis.Si igitur trapezale.b.d.h.
K.apud.e.q̄dē suspendatur:a signis aūt.b.h.soluatur ma
net eadē hn̄s cōsistentiā propter hoc prioribus & equaliter repit cum spatio.z. Q̄m̄ igitur equaliter repit trapezale.b.d.h.K. suspensum ſm e.cū spatio.z.suspenso ſm.a. Erit ut quæ.a.b.ad.b.e.trapezale.b.d.h.K.ad.spatiū.z.maiorem proportionē hn̄s trapezale.b.d.h.k. ad spatiū.z. q̄ ad spatiū.l.q̄m̄ & quæ.a.b. ad lineā.b.e.maiorē proportionē hēt q̄ ad lineā.b.h.q̄re minus erit spatiū.z.spatio.l.



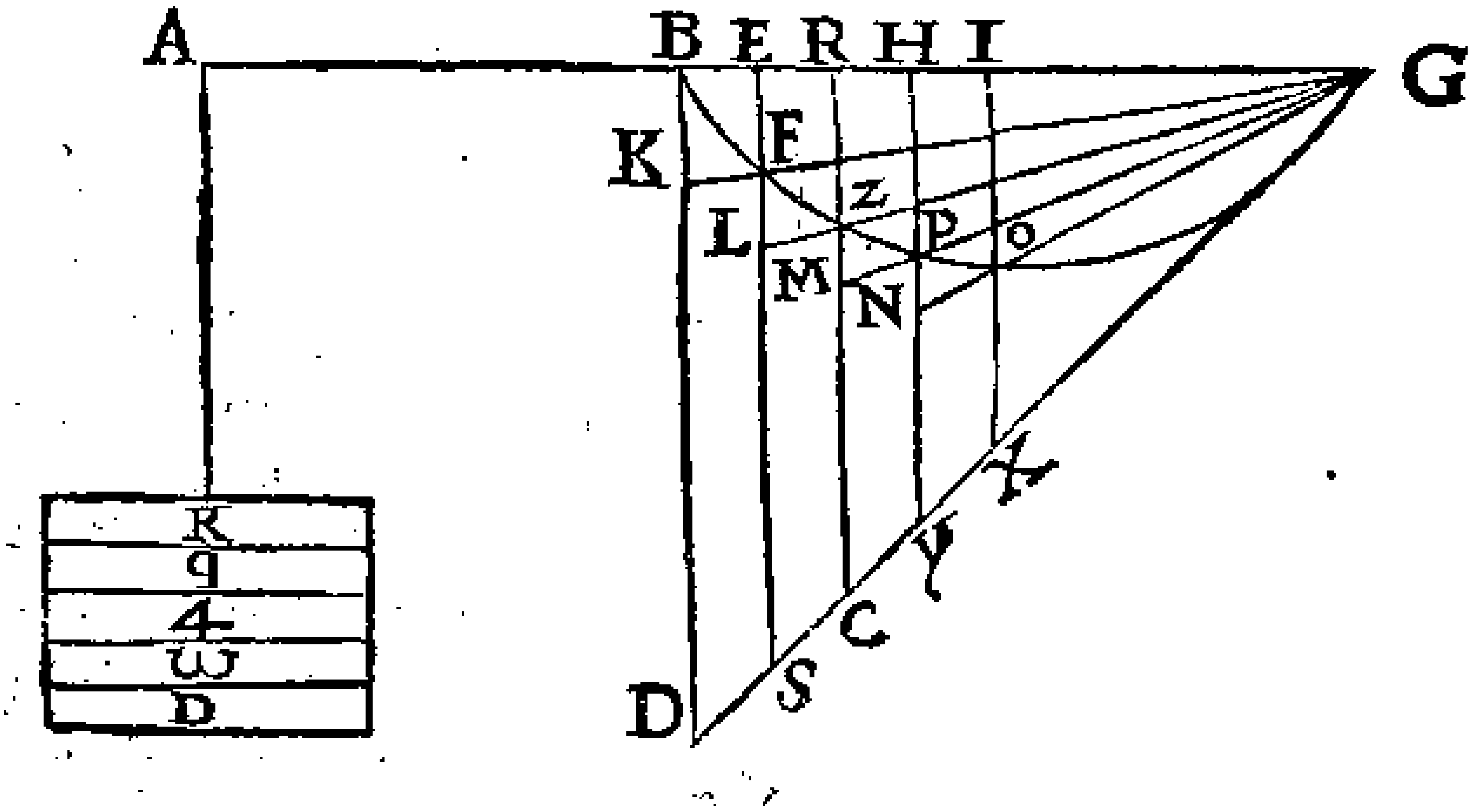
SIt rursum libra quidem.a.g.medium autem ipsius
b.trapezale autem sit.k.d.t.r.habens latera quidē
k.d.t.r.uergentia ad.g.latera autem.d.r.k.t.kathetos su

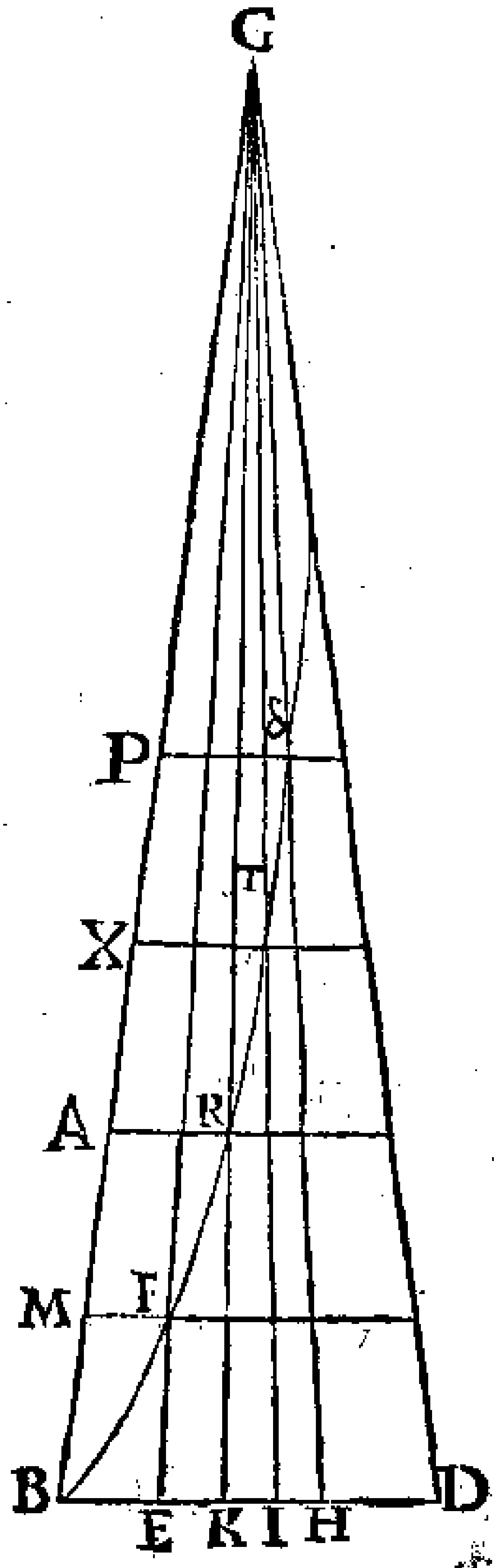
per lineam.b.g.& quæ.d.r.cadat ad.b.quā autē proportionem habet quæ.a.b.ad lineam.b.H.hanc habet trapezale.d.k.t.r.ad spatiū.l.Trapezale autem.d.k.t.r.suspendatur ex libra secundum.b.h.&.z.secundum.a.& equaliter repat spatiū.z.cum trapezale.d.h.r.t.sic se habenti ut nunc iacet.Similiter itaq; prioribus demostrabitur spatium.z.minus esse spatio.l.



Sit rursum libra quidem.a.g.medium autem.b.hoc autem.d.e.K.h.sit trapezale habens angulos quidem qui.a.p.d.e.h.rectos.lineas autē.K.d.e.h.tendens uersus.g.& quam quidem proportionē habet quæ.a.b.ad lineam.b.h.hanc habet trapezale.d.K.e.h.ad spatium M.Quam autem proportionem habet quæ.a.b.ad lineam.b.e.hanc proportionem habet trapezale.d.k.e.h.ad spatium.l.Suspendatur autē trapezale.d.k.e.h.ex libra secundū.e.h.Spatium autem.z.suspendatur secundū.A.& equaliter repat cū trapezali sic se habente ut nunc supponitur.Dico itaq; spatium.z.esse quidem maius ipso.l.Minus autē ipso.M.Accipio enim trapezalis.d.k.e.h.centrum grauitatis sit autem.t.Sumetur autem similiter priori & duco lineam.t.b.penes lineam.d.e.Si igitur tra

quæ.s.e.ad lineam.e.f.quare & quæ.b.a. ad lineã.b.e. eã dem habet proportionem quam trapezale.d.e.ad trapezale.K.e.similiter autem demostrabitur quæ.a.b.ad lineam.b.z. eandem habere proportionem q̃ trapezale. s.z. ad trapezale.l.z.Ad lineam autem.b.h.quam trapezale.e. h.ad.trapezale.m.h.ad lineam autem.b.i.q̃ trapezale.y.i. ad trapezale.h.i. Quoniam igitur est trapezale.d.e.habens quidem apud signa.b.e.angulos rectos. Latera autem tẽdentia ãd.g.equaliter autẽ sibi repit spatiũ quoddam scilicet.r. suspensum ex libra secundum.a.sic se habente trapezali ut nunc iacet.& est ut quæ.a.b.ad lineam.b.e.ita trapezale.d.e.ad trapezale.K.e.maius ergo est spatium.K.e.spatio.r.ostensum enim est hoc.

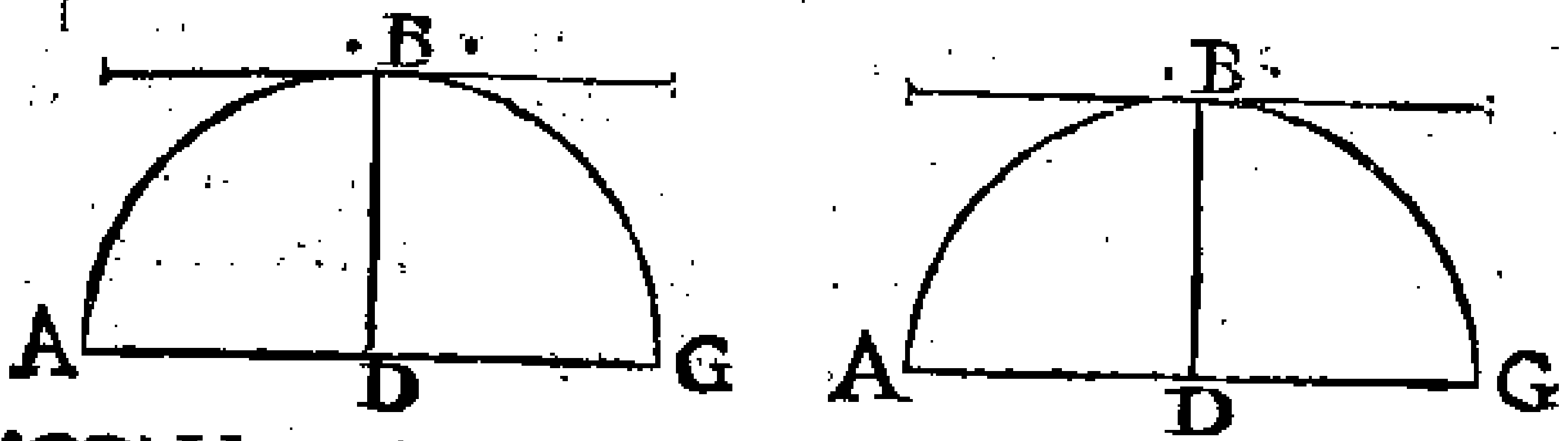




Palam q simul ambo scilicet spatium.z.& trigonum.b.g.e.sunt minora portiõe & trigono.b.g.e.sunt equalia trapezalia per quæ sectio coni progreditur scilicet.m.e.f.l.r.t.r.s.& trigonum.g o.s. trapezale quidem enim.m.e.commune. trapezale autem.m.l.equale est ipsi.f.l. & quod.l.x.equale ipsi.t.r. & quod.q.x.equale ipsi.t.s.& trigonum g.q.p.trigono.g.o.s.spatium itaq.z. est minus trapezalibus.m.l.x.r.p.t. & trigono.p.o.g.Et est trigonũ.b.g.d.triplũ spatii.z.trigonũ itaq.b.g.d.minus quã triplum trapezaliũ.m.l.x.r.t.p.& trigonum.p.o.g.quod quidẽ impossibile. Ostẽsum est enim maius esse q̃ triplum. Igitur non est maior portio.b.t.g.spatio.z.Dico itaq q nec minor.Sit enim si possibile est minor. Rursum excessus quo excedit spatiũ z.portionem.b.t.g.ipse sibi ipsi compositus excedit & trigonũ.b.d.g.possibile aũt est accipere spatiũ

minus excessu quod erit pars trigoni.b.d.g.Sit igit' tri
gonũ.b.g.e.minus excessu.Et pars trigoni.b.d.g.& alia
eadẽ disponãtur.Q m̃ igitur est trigonum.b.g.e.minus
excessu quo excedit spatium.z.portionem.b.t.g.trigo
num.b.e.g.& portio.b.t.g.ambo minora sunt spatio.z.
est autem & spatium.z.minus quadrilateribus.e.m.f.n.ω.
x.p.c.& trigono.g.p.s.est enim trigonum.b.d.g.ipsius
quidem.z.triplum.Dictorum autem spatiorum minus q̃
triplum ut in precedenti demostratũ est minus ergo est
trigonum.b.e.g.& portio.b.t.g.quadrilateribus.e.m.
f.n.a.x.p.c.& trigono.g.p.s.Q uare comuni ablato sci
licet portione minus erit & trigonum.b.g.e.relictis spa
tiis quod est impossibile.Ostensum enim est equale.esse
trigonum.b.e.g.trapezalibus.e.m.f.l.r.t.t.o.& trigono
g.o.s.quæ sunt minora relictis spatiis.non est ergo mi
nor portio.b.t.g.spatio.z.ostensum est autem ꝙ nec mi
nor.Equalis est ergo portio.Spatio.z.hoc autem demo
strato manifestum ꝙ omnis portio contenta a recta & se
ctione rectanguli coni est epitrita trigoni habentis ba
sim eandem portioni & altitudinem equalem.Sit enim
portio cõtenta a recta & a sectione rectanguli coni uer
tex autem ipsius sit signum.t.& inscribatur in ipsam tri
gonum.b.t.g.eandem habens basim cum portione & al
tudinem equalem.Q uoniam igitur signum.t.est uertex
portionis quæ.a.t.recta penes diametrum ducta in duo
equa secat lineam.b.g.& que.b.g.est penes contingentẽ
portionem secundũ.t.ducatur autem quæ.e.t.penes dia
metrum.Ducatur autem & a signo.b.penes diametrum
quæ.b.d.A signo autem.g.quæ.d.g.contingens sectionẽ
coni secundum.g.Q uoniam igitur quæ quidem.k.t.pe

ductarum Kathetus maxima erit quæ a ſigno.d.produci tur uertex igitur portionis eſt ſignum.a.

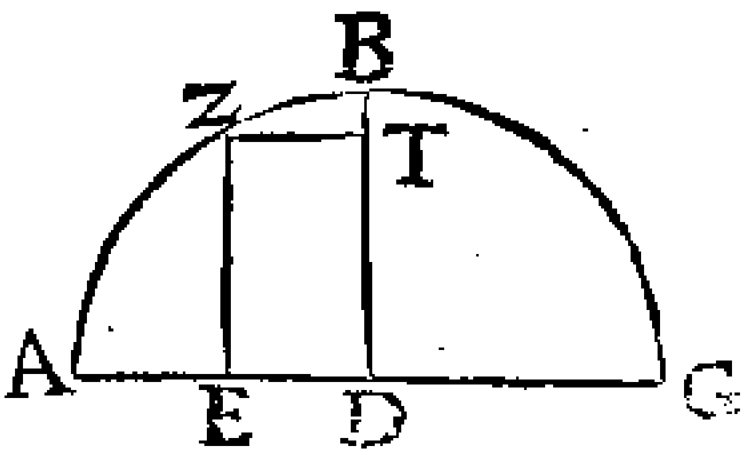


IN portione contenta a recta & a ſectione rectãgu li coni quæ a media baſi ducta eſt eius quæ a me dia medietate ducitur epytrica erit longitudine.

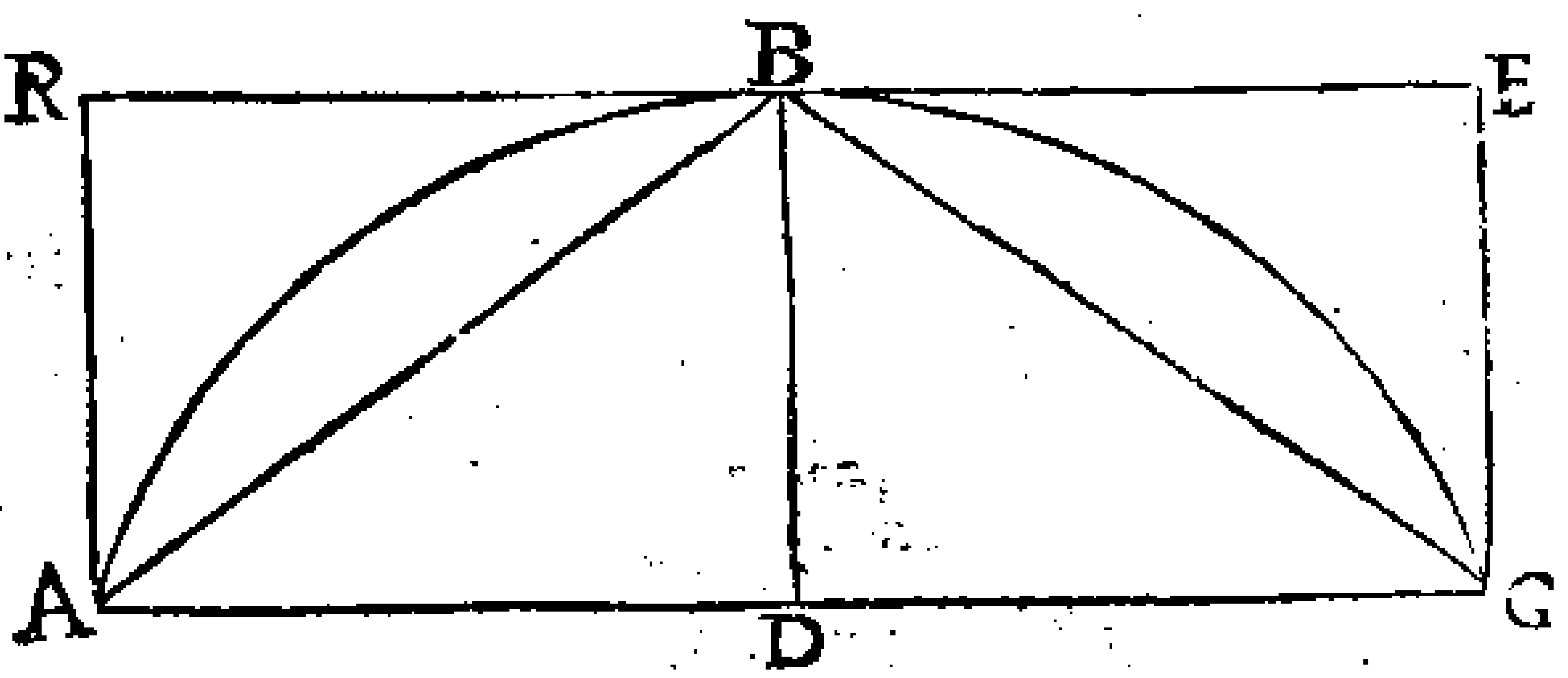
SIt enim portio.a.b.g.contenta a recta & a ſectione rectanguli coni & ducatur penes diametrum quæ quidem.b.d.a media linea.a.g.quæ autem.e.z.a media li nea.a.d.ducatur autem & quæ.z.t.penes.a.g.quoniã igi tur in ſectione rectanguli coni quæ.b.d.penes diametrũ ducta eſt & quæ ad.z.t.penes lineam cõtingentem ſunt. Palam ꝙ eandem habet proportionem quæ.b.d.ad line am b.t.longitudine quam quæ.a.d.ad lineam.z.t.poten tia. Quadrupla ergo eſt & quæ.b.d.lineæ.b.t.longitudi ne manifeſtum igitur ꝙ epitrica eſt quæ .b.d. lineæ.e.z. longitudine. Si in portione contenta a recta & a ſectio ne rectanguli coni trigonum inſcribatur habens baſim eandem cum portione & altitudinem eandem. Maius erit in ſcriptum trigonum quam medietas portionis.

SIt enim portio.a.b.g.equalis dicta eſt & inſcribat̃ in ipſa trigonũ.a.b.g. hñs baſim eandẽ cũ toto & altitudinẽ equalẽ. Qm̃ igit̃ trigonũ cũ portione ean dem hẽt baſim & altitudinẽ eandẽ neceſſariũ eſt ſignũ.b. uerticẽ eſſe portionis equidiſtans ergo eſt quæ.a.g.cõ

tingenti ſecundum.b.ſectionem ducatur auteȝ quæ.z.e. per.b.penes lineã.a.g.& a ſignis.a.g.quæ.a.z.g.e.penes diametrum cadant itaq; ipſe extra portionem. Quoniam igitur trigonum.a.b.g.eſt medietas paralellelogromi.a.z.e.g.manifeſtuȝ ꝙ maius eſt q̄ medietas portionis. Demoſtratio autem hoc palam quod in hanc portionẽ poſſibile eſt in ſcribere poligonium ut ſint reſidue portiones minores omni propoſito ſpatio.Ablato enim ſemper maiori quam medietas propter hoc manifeſt um ꝙ minorantes ſemp er re ſiduas portiones faciemus h as minores omni ꝓpoſito ſpatio.

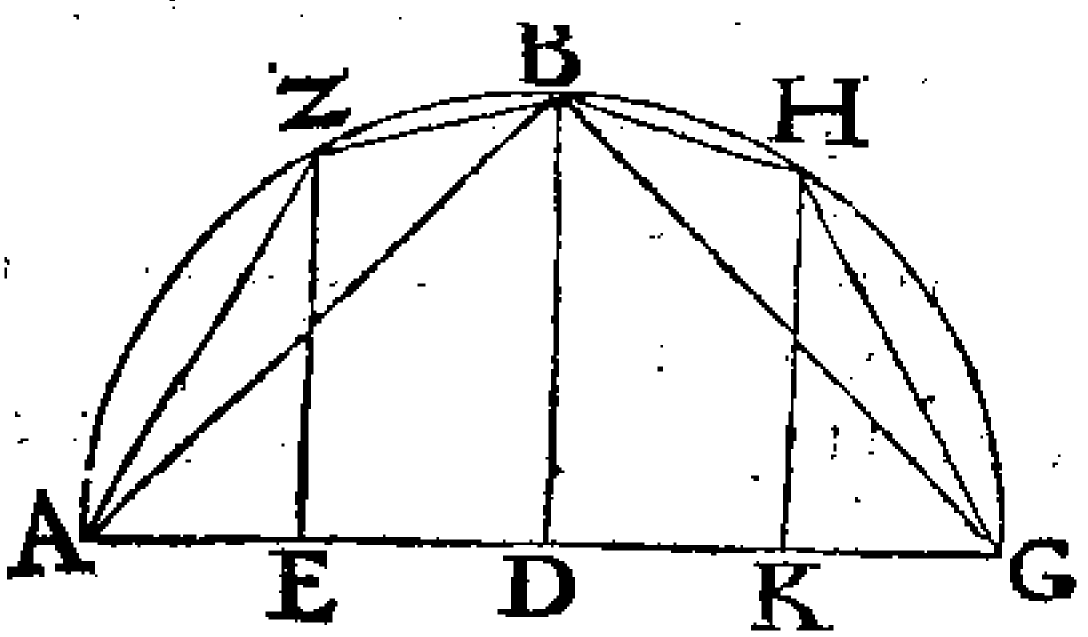


SIt in portione cõtenta a recta & a ſectione rectanguli coni trigonum inſcribatur baſim habens eandem cum portione & altitudinem eandem.Inſcribantur autem & alia trigona in reſiduas portiones eandem baſim habentia portionibus & altitudinem eandẽ utriuſlibet trigonorum inſcriptorũ in reſiduas portiones octuplum erit trigonũ quod in tota portione inſcriptum eſt.



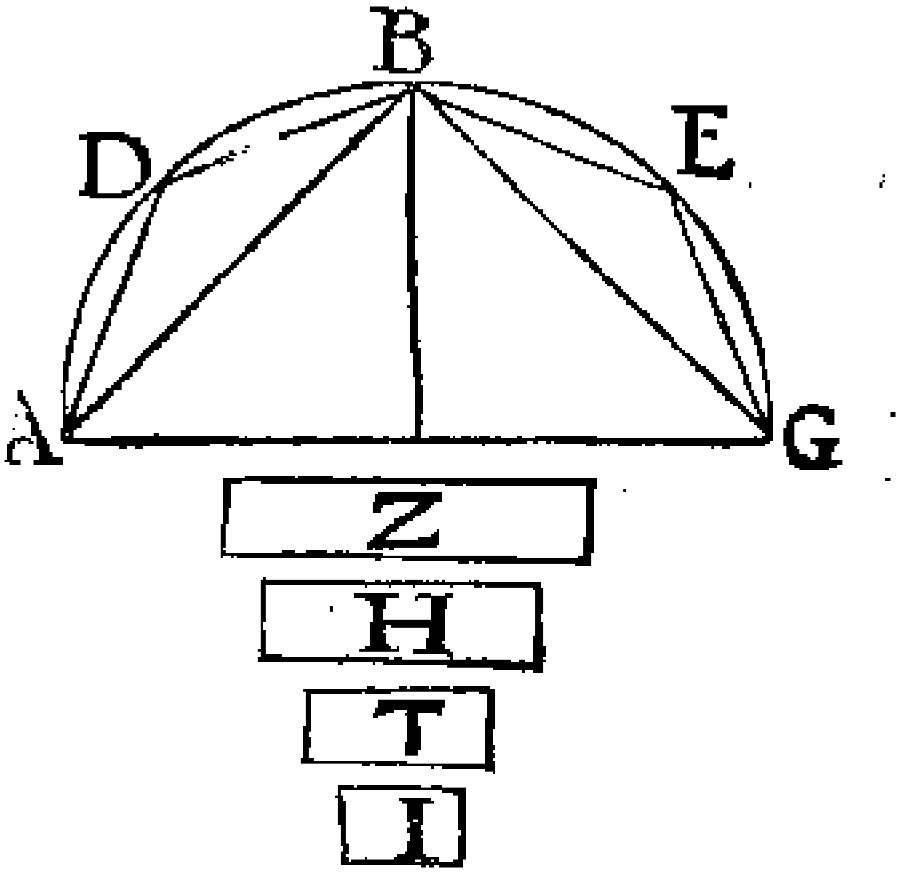
SIt portio.a.b.g.qualis dicta est. Et secetur quæ.a. g.in duo equa per.d.quæ autem.b.d.ducaturpenes diametrum.signũ ergo.b.est uertetur portiones. Trigonum ergo. a. b.g. habet eandem basim cum portione & altitudinem eandem.

RVrsum secetur in duo equa quæ.a.d.per.e.& ducatur quæ.e.z.penes dyametrum secetur autem quæ a.b.secũdum.T .in duo equa.Signum ergo.z. est uertex portionis.a.z.b.Trigonum itaq3.a.z.b.habet basim eandem cum portione & altitudinem eandem demostrandum q trigonum. a.b.g. est octuplum trigoni.a . z.b.est igitur quæ.b.d.ipsius quidem.e.z.epitrica ipsius autem. e.t.dupla.Dupla ergo est quæ & ipsius.t.z.Quare & trigonum.a.e.b.duplum est trigono.z.b.a. Quod quidez n.a.e.t.duplum est trigoni.a.t.z.Quod autem.t.b.e.ipsius.z. t. b. quare trigonum.a.b. g. est octuplum ipsius.a.z. b. Similiter autem demostrabitur est inscripti in.b.h.g.portione.



SI sit portio contenta a recta & a sectione rectanguli coni & spatia ponantur consequenter quodcunq3 in proportione quadrupli. Sit autem maximũ spatiorum equale trigono habenti basim eandem cum portione & altitudinem eandem simul omnia spatia minora eruntportione.

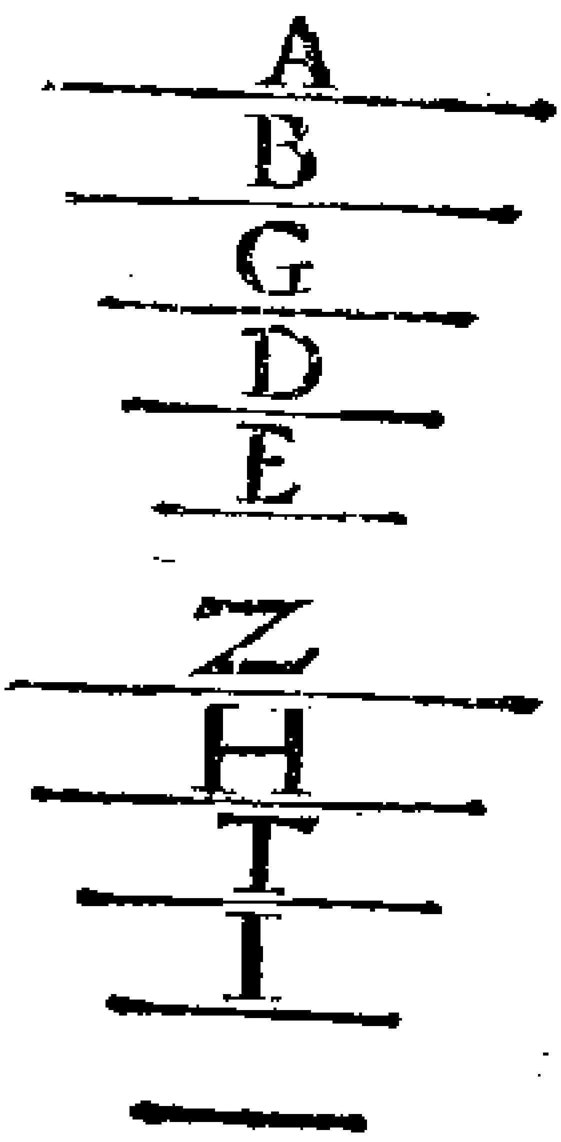
SIt enim portio.a.d.b.e.g.contenta a recta & a sectione rectanguli coni. Spatia autem sint quotcū q̄ continentur posita.z.h.t.i. quadruplum autem sit precedens sequentis. Maximum autem sit.r. & sit.r. equale trigono habenti basim eandem cum portione & altitudinem equalem dico q̄ portio est minor spatiis.r.h.t.e. Sit totius quidem portionis uertex.b. reliquarum autē portionum.d.e. Quoniam igitur trigonum.a.b.g. est octuplum utriuslibet trigonorū ad.b.b.e.g. Palam q̄ amborū ipsorum est quadruplum. Et quoniam trigonum.a.b.g. est equale spatio.r. Secundum eandem autem & trigona ad.b.b.e.g.sunt equalia spatio.h. Similiter autem demostrabitur q̄ est in scripta in reliquas portiones. Trigona habentia eandem basim cum portionibus & altitudinem eandem equalia sunt spatio.r. & trigona inscripta in posterius factas portiones equalia sint spatio.i. Simul ergo omnia p̄missa spatia equalia erūt cuidam poligonio inscripto in portione. Manifestum ergo q̄ minora sunt portione.



SI magnitudines componantur consequēter in portione q̄drupli oēs magnitudīes & adhuc minime pars tertia ad idē cōposite erunt epytrice ipsius maxime.

SInt igitur quodcūq; magnitudines consequenter positæ,a,b.g.d,e.quadrupla unamq; sequētis. Ma

xima autem ſit.a.ſit autem.r.quid em tertia pars ipſius.b.h.autē ipſius.g.t. uero ipſius.d.i.autē ipſius.e. Quoniam igitur.r.quidē ipſius b. eſt tertia pars.b.autem ipſius.a.eſt quarta pars ambo.b.r.ſunt tertia pars ipſiꝰ.a propter eandem itaq; & quæ.h.ipſius.b.& quæ.t.d.ipſius.g.& quæ.i.e. ipſius.d.& ſimul omnia.b.g.d.e.r.h. t.i.ſunt tertia pars ſimul omnium.a. b.g.d.e.ſunt autem & ipſi.r.H.t. Tertia pars ipſarum.b.g.d.e. reliqua ergo.b.g.d.e.i.ſunt tertia reliqui ſcilicet.a.palam igitur ꝙ ſimul omnia.a. b.g.d.e.&.i.hoc eſt tertia pars ipſius e.ſunt epytrica ipſius.a.



OMnis portio contenta a recta & a ſectione rectanguli coni eſt epytrica trigoni habentis baſim eandem ipſi & altitudinem equalem. Sit enim.a.d.b.e.g.portio contenta a recta & ſectione rectanguli coni. Trigonum autem.a.b.g.ſit habens baſim eandem cum portione & altitudinem equalem. Trigonum autem.a.b.g.ſit epytricum ſpatium.k.

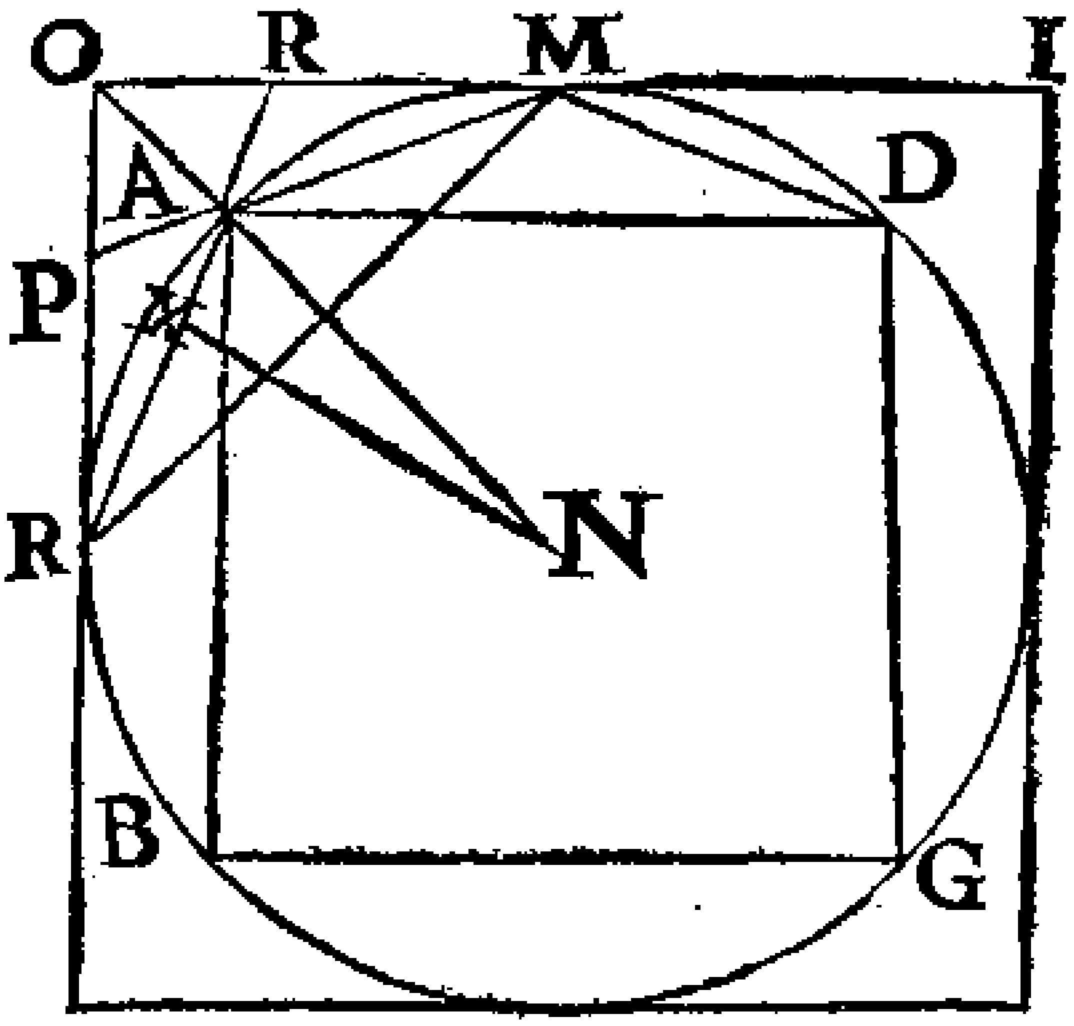
DEmoſtrandum ꝙ equale eſt portioni.a.d.b.e.g. Si enim non eſt equale aut maius eſt aut minus. Sit prius ſi poſſibile eſt portio.a.d.b.e.g.maior ſpatio.k. Inſcripſi itaq; trigona.a.d.b.b.e.g. ut dictum eſt. Inſcripſi autem & in reliquas portiones alia trigona eandem baſim habentia cum partionibus & altitudinem eandem. Erunt itaq; reliquæ portiones minores exceſſu, quo exce

dit portio.a.d.b.e.g.ſpatium.k. Quare inſcriptum poligonium erit maius ipſo. K.quod quidem eſt impoſſibile.

QVoniam ſunt conſequenter poſita ſpatia in ꝓportione quadrupli primo quidem.a.b.g.quadruplum trigonorum.a.d.b.&.b.e.g.Deinde ipſa quadrupla inſcriptorum in ſequentes portiones & ſic ſemper palam ꝙ ſimul omnia ſpatia minora ſunt quam epytrica maximi.

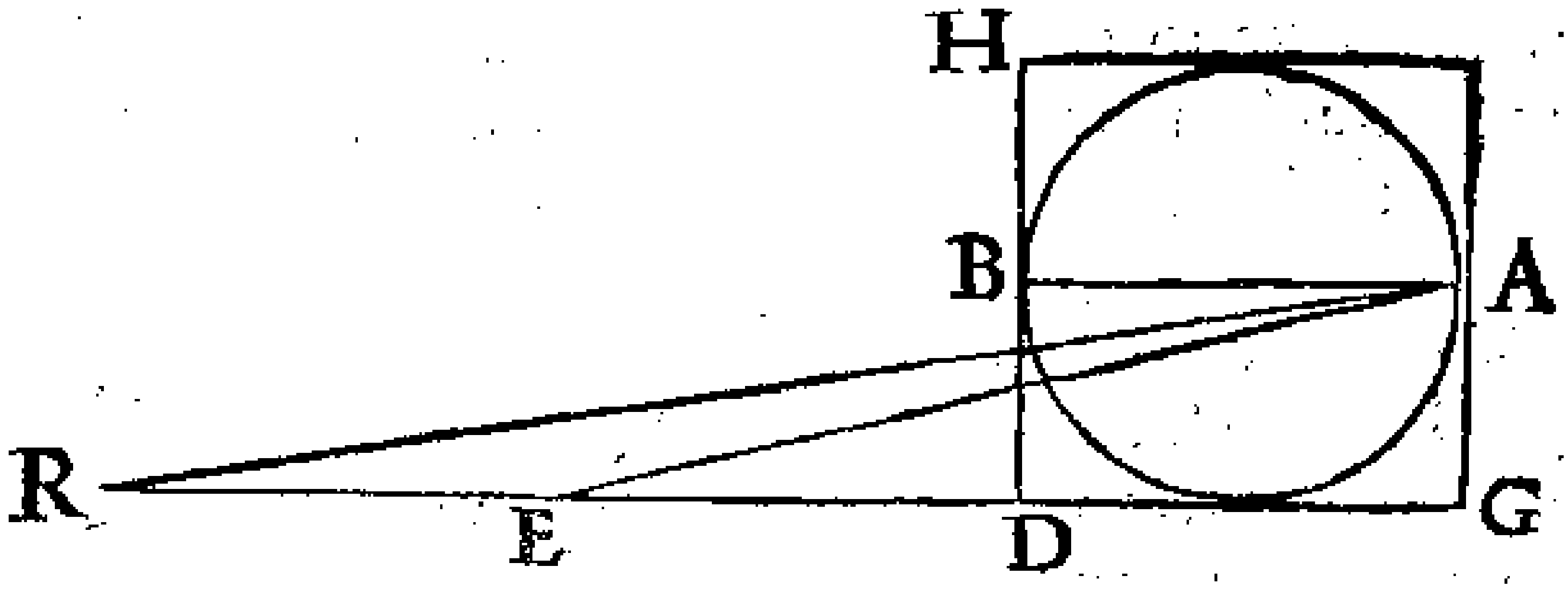
SPatium autem.k.eſt epytricum maximi ſpatii non ergo eſt.a.d.b.e.g. minor ſpatio.k.Sit autem ſi poſſibile eſt minor. Ponatᷣ itaq; trigonum quidem.a.b.g.equale ſpatio.r.ipſius autem.r. quarta pars.h.& ſimiliter ipſius.h.t.& ſemper conſequenter ponatur ut fiat ultimũ minus exceſſu quo excedit ſpatium.K.portionem & ſit minus ipſum.i.Sunt autem ſpatia.r.h.t.i.& tertia pars ipſius.i.epytrica ipſius r.eſt autẽ &.k.ipſius.r.epytricum equale ergo eſt.k.ipſius.r.h.t.i.& tertie parti ipſius.i.Quoniam igitur ſpatiũ k.excedit quidem ſpatia.r.h.t.i.in minori q̄ ſit.i.Portionem autẽ in maiori q̄ ſit.i.Palam ꝙ ſpatia.r.h.t.i.ſunt minora portione quod quidem eſt impoſſibile. Oſtenſum eſt enim ꝙ ſint quotcunq; ſpatia conſequenter poſita in proportione quadruli.Maximum autem ſit equale trigono inſcripto in proportione.Simul omnia ſpatia minora erunt portione. Non ergo portio.a.d.b.e.g.eſt minor ſpatio.k.oſtẽſum eſt autem ꝙ nec maior equale ergo eſt ipſi.k.ſpatium autem.k.eſt epytricum trigoni.a.b.g.& portio ergo.a.d.b.e.g.eſt epytrica trigoni.a.b.g.

ergo rectilineum minus trigono.e. quod quidem est inconueniens.

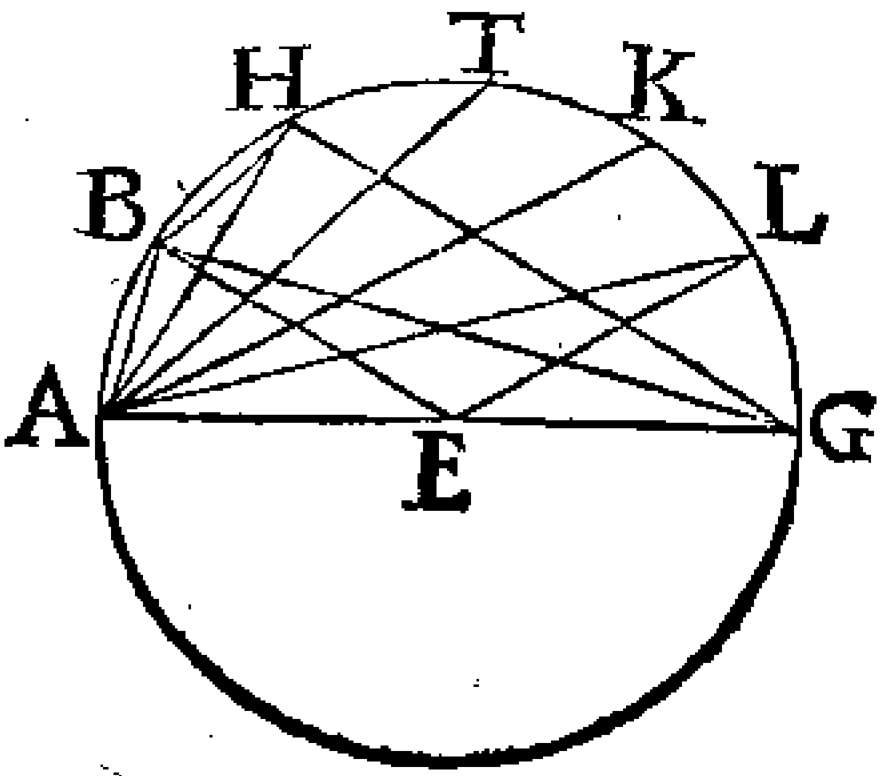


Sit autē si possibile est circulus minor trigono.e.& circunscribatur tetragonu; & secentur perifesie in duo equa & ducant attingentes per signa recta ergo qui ab.o.a.r. linea ergo.o.r. est maior linea .m.r. Quæ enim.r.m. est equalis lineæ.r.a.& trigonum ergo.r.o.p.est maius q̄ dimidiū figure.o.r.a.m. Accipiātur sectores similes ipsi.p.r.a.minores excessu quo excedit trigonum .e. circulum.a.b.g.d. Adhuc ergo circunscriptum rectilineū est minus trigono.e.quod quidem inconueniens est enim maius,quia que quidem.n.a.est equalis Katheto trigono perimetur autem est maior basi trigoni equalis ergo est circulus.a.b.g.d.trigono.e.

Circulus ad id quod a diametro tetragonum proportionem habet quam undecim ad.14.Sit enim circulus cuius diameter quæ.a.b.& circunscribatur tetragonum.g.h.& lineæ.g.d.duplam quæ.d.e.septima autem pars ipsius.g.d.quæ.e.r.



VNde igitur quod.a.g.e.ad ipsum.a.g.d.proportionem habet quam.21.ad.7.Ad id autem quod.a.e.r. id quod.a.g.d.proportionem habet quam .7. ad unum. Quod.a.g.r.ad id quod.a.g.d.est ut.22.ad.7.uidelicet ipsius.a.g.d.quadruplum est tetragonum.g.h. Trigonũ autem.a.g.d.r.est equale circulo .a.b. quoniã quæ quidem.a.g.kathetus est equalis ei quæ ex centro. Basis autem est tripla diametri & septima propinquissime excedit demonstrabitur circulus igitur ad tetragonum.g.h.proportionem habet quam. 11.ad.14.

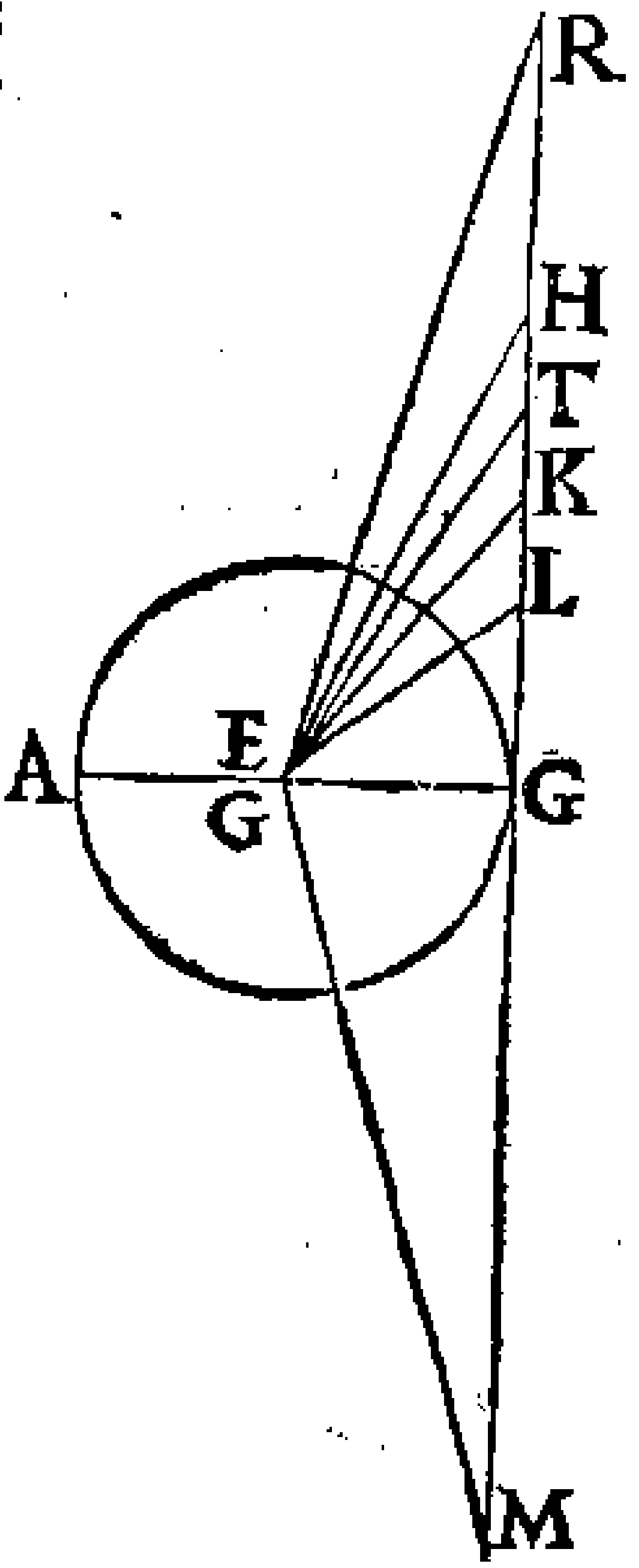


OMnis circuli perimeter tripla est diameter & adhuc excedit minori q̃ septima parte diametri maiori autem quam decem septuagesimis primis.

SIt circulus & diameter.quæ.a.g.& centrum.e.& quæ.g.k.cõtingens & quia.r.e.g.tertia recti quæ

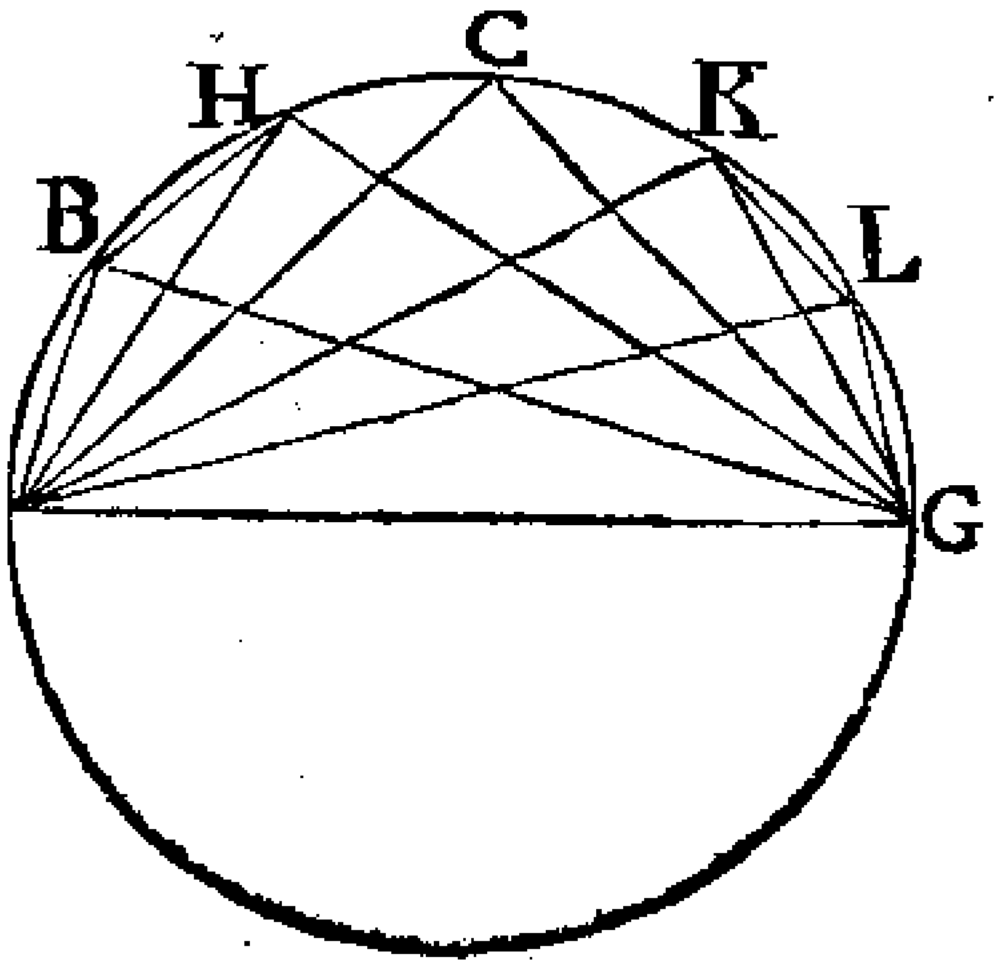
e.r.ergo ad.r.g.proportionem habet quam.306.ad.153.
Quæ autem.e.g.Ad.g.r.proportionem habet quã.265.
ad.153. Secet̃ igitur quæ sub.r.e.g.in duo equa per.e.h.
est ergo ut quæ.r.e.ad.e.g.quæ.k.h.ad.h.g & permuta-
tum & componenti ut ergo simul utraq; quæ.r.e.ad.r.g.
quæ.e.g.ad.g.h.Quare quæ.g.e.ad.g.h.maiorem pro-
portionem habet q̃.571.ad.153.quæ.e.h.ergo.h.g.poten
tia ꝓportionẽ habet q̃ ad.23409.longitudine ergo quã
591.ad.153.Rursum secet̃ in duo equa quæ sub.h.e.g.pro
pter.e.t.propter eandem ergo quæ.e.g.ad.g.t.maiorem
proportionem habet quam illa quæ.1162.8.ad.153.Quæ
t.e.ergo ad.t.g.minorem proportionem quam illa quã
1172.8.ad.153.Adhuc in duo qui sub.t.e.g.per.e.b.quæ.e.
g.ergo ad.g.k.minorem proportionem habet q̃ illa quã
2334.quæ ad.1503.quæ.e.k.ergo ad.g.K.minorẽ propor
tionem habet q̃ illa quã.2339.4.ad.153.Adhuc in duo qui
sub.k.e.g.per.l.e.quæ.e.g.ergo.ad.l.g.maiorem longitu
dinem proportionem habet.q̃.4673.ad.153. Quñ igitur
qui sub.r.e.g. tertia pars existens recti sectus est quater
in equa duo qui sub.l.e.g.recti est.48.Ponatur igitur ip
si equalis qui apud.e.qui sub.g.e.m.Qui ergo sub.l.e.
m.recti est.24.Et quæ.l.m.ergo recta est poligonii circa
circulum habentis latera.96.Quñ igitur quæ.e.g.ad li-
neam.g.l.extensa est habere maiorem proportionẽ quã.
4673.7.ad.153.Sed ipsius quidem.e.g.dupla quæ.a.g.ip-
sius autẽ.g.l.dupla quæ.l.m.& quæ.a.g.ergo ad perime
trum poligonii.96.maiorem proportionem habet quã.
4673.5.ad.14688.& est tripla & excedunt.667.5.quæ qui
dem ipsorum.4673.5.minora sunt quã septima. Quare
poligonium quod circa circulum est triplum diametri &

minus q̄ septima parte maius circuli ergo perimetrũ mul to magis minor est quam tripla & septima parte maior.



Sit circulus & diameter quæ a.g. qui autem sub.b.a.g.tertia.recti quæ.a.b.ergo ab.b.g.minorem proportionem habet quã illa quam .351.ad.780. Secetur in duo equa qui sub .b.a.g. per.a.h. Q̃m igitur equalis est sub.b.a.h. ei qui.h.g.b.Sed & ei qui sub.h.a.g.& qui sub.h.g.b.ergo ei qui sub a.h.g. est eq̃lis & comunis q sub a.h.g.rectis & terminatis erit qui sub.h.r g.tertio ei qui sub.a.g.h. equiangulũ ergo quod.a.h.g.trigono.g.h.r.est ergo ut quæ.a.h.ad.h.g.quæ.g.h.ad.h.r.& quæ.a.g.ad.g.r.Sed ut quæ.a.g.ad.g.r.& simul utrumq̧ quæ.g.a.b.ad.b.g.quæ.a.h.ad.h.g.Propter hoc igitur.quæ.a.h.ad lineam.h.g.minorem proportionem habet q̄ quidẽ 2911.ad.780.Quæ autem.a.g.ad.g.h.minorem q̄.3013.3.4.ad.780.Item in duo qui sub.g.a.h.per.a.t.ergo propter eandem.Ad.t.g.minorem proportionem habet q̄ illa quam.5324.3.4.ad.780.aut quã 1823.ad.250.utraq̧ enim utriusq̧.Quare quæ.a.g.ad.g.t.aut illa quam.1838.9.ad.240.Adhuc in duo qui sub.t.a.g.per.k.a.& quæ.a.k.ad.k.g.minorẽ ergo proportionẽ hẽt q̄ illa quã.1007.ad.266.utraq̧ enim utriq̧ extimo er-

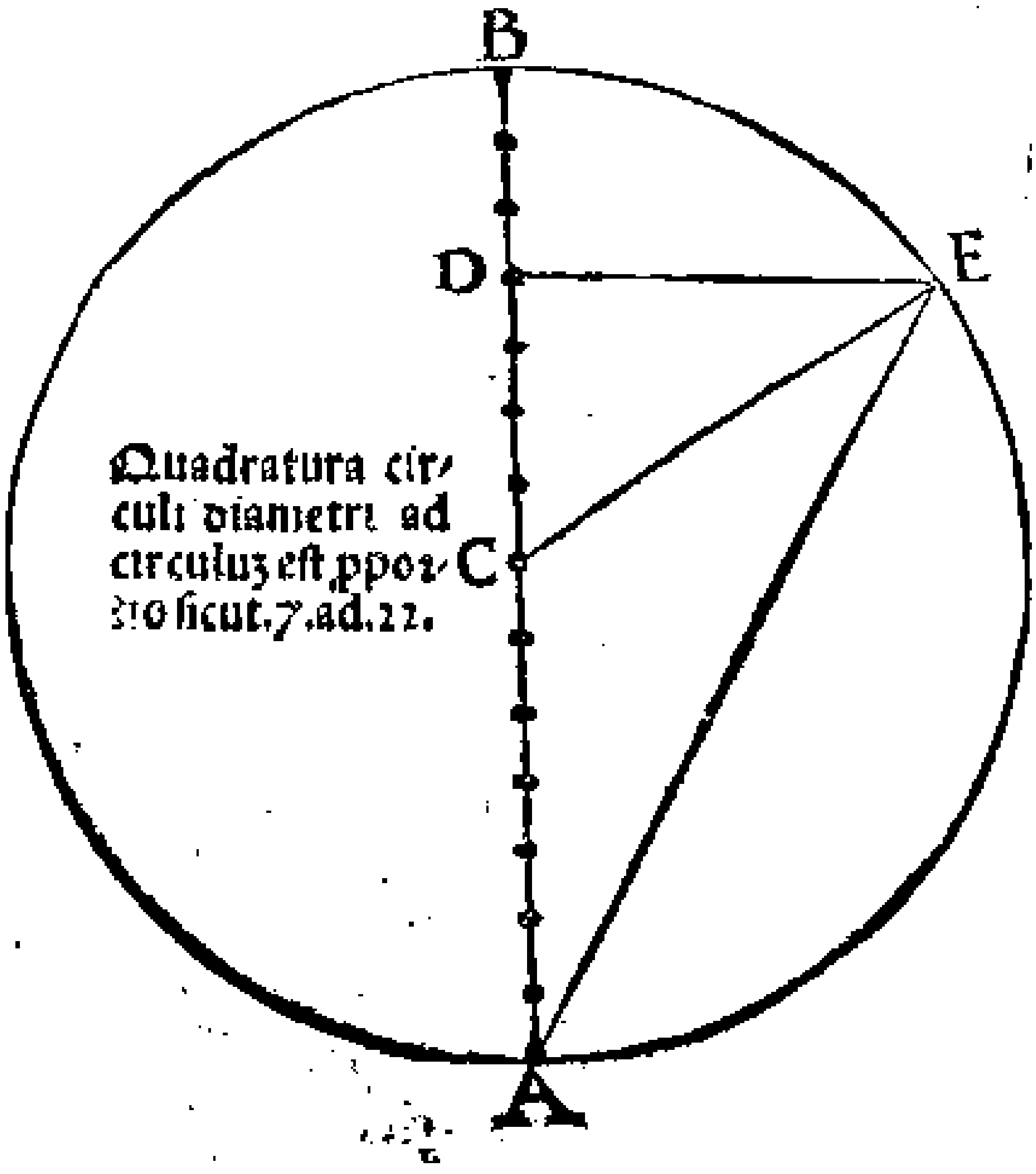
g6ad.1076.ad.66.Adhuc in duo quæ sub.K.a.g.per.l.i. quæ.a.l.ergo ad.a.g.minorem proportionem habet q̃ illa quam.2016.6.ad.66.quæ autem .a.g.ad.g.l.minorem q̃. 2017.4.ad.66.ecõuerso ergo perimeter poligonii ad diametrũ maiorem proportionem habet q̃.6301.6.ad.7012. quæ quidem ipsorum.2017.4. maiora sunt q̃ tripla.710. 71.& perimeter ergo poligonii.96. ei qđ in circulo ẽ triplus diametri et maior q̃.10.71.quare & circulus ad hũc magis triplus est & maior q̃.10. 71. pimeter ergo circuli est triplus diametri & minor quidem q̃ septima pte maior.τελοσ



De quadratura circuli.secundum Boetium.

Boetius in cõmento libri pdicamentoꝝ super illo passu Aristotelis ubi dicit:ꝙ quadratura circuli erat scibilis:sed nõdũ scita. Et tpe boetii erat hoc inuentũ:& subdit:ꝙ cũ alicui circulo equũ quadratũ cõstituit in quadraturã circuli in formã redigatur. hoc habito uidet̃ mihi ꝙ quadrare circulũ sit iuenire cõstã quadrati equalis cõtinẽtie cũ circulo dato punctualiter. Ad quã inueniẽdã post demõstratiões factas: de hac materia breuẽ quæ mihi occurrit hoc anno faciã quæ talis est. Faciã itaqꝫ.15.pũcta equedistãtia sup unã lineã re-

ctā intercipiētē.14.spacia.& sup punctū mediū describā circulū/cuius circūferētia trāsibit supra duo pūcta extrema. Diametri ergo huius circuli erūt.14.spacia.& hæc linea.s.diameter circuli sit.a.b.pūctus uero medius siue cētrū circuli sit.c. A pūcto uero.d.īterse cāte 11am ptē & 12am incipiēdo ab.a.ducā lineā ortogonaliter siue ppēdiculariter ad circunferētiam in pūcto.e.& hæc linea est radix 33. qđ est.6. Quod sic pbat. Nā linea.c.e.est radix siue costa.49.cū sit.7.eo q̄ est medietas diametri. Quia oēs lineæ ducte a cētro ad circūferētiā sūt eq̄les.& ista ē medietas diametri quæ diameter est.14. Linea uerò.c.d.est. 4.cū sit radix siue costa quadrati.16. Demant̄ ergo.16.de. 49.& remanēt.33.erit ergo linea.d.e. radix siue costa. 33. Et hæc est regula generalis & uera:q̄ hita quātitate duarū linea⁊ triāguli habētis unū rectū angulū/statim habetur notitia tertiæ p hūc modū. Habeat̄ notitia breuioris duarū:statim habet̄ notitia lōgioris. Verbi grā. Punam⁹ q̄ latus triāguli breuius sit.3.alterū uero breui⁹ sit.4. tertiū latus erit.5.ad pūctū. Et hoc est qđ dicit Euclides penultima ppōne primi/quadratū tertiæ lineæ eq̄le est duobus q̄dratis aliarū duarū linearū eiusdē triāguli rectū angulū cōtinētē. Si uero habet̄ notitia lōgioris & uni⁹ breuioris:tūc numer⁹ cui⁹ fuerit radix illa breuior subtrahēdus ē de nūero cui⁹ fuerit radix lōgior de linea altera breuior erit tāta quāta fuerit radix numeri remanētis. Verbi grā. De triāgulo pdicto ego scio q̄ latus lōgius est.5. iste numerus.5.est radix de.25.scio etiā q̄ latus breuius est.3.&.3.est radix de.9.demant̄ ergo.9.de.25. & remanēt.16.cuius numeri radix est.4.altera ergo linea erit. 4. ad ppositū ergo linea lōgior numeri tripli / utputa. c.e. est.7.& radix.de.49.linea breuior ē.4. & radix de.16. de

manet ergo .16. de .49. & remanebunt .33. ut ꝓbatū est demonstratiue. Linea uero .a.d. est radix de .121. cū sit .11. modo .121. & .33. cōstituūt .154. erit ergo linea tertia istis duabus .s. a.e. radix .154. & costa quadrati equalis cōtinentiæ cum dicto circulo. Et sic habet quadratura circuli / siue quadratum equale circulo in continentia: quod idem est.

Hic etiā modus oibus geometricis & arithmeticis uolētib⁹ scire quāta sit area dicti circuli: sed nō q̄drāt. triplāt eni diametrū / & addūt septimā partē eius & hūc circūferētiā. Deinde accipiūt medietatē diametri & medietatē circūferētie & multiplicāt ad īuicē: ex multiplicatione resultāte habet area īterclusa ī dicto circulo. uel accipiūt totam diametrum & quartam circūferētiæ. Verbi gratia. diameter dicti circuli est .14. ter .14. & septima ipsius constituūt .44. medietas circūferētie e' .22. diameter uero .7. mō septies .22. cōstituūt .154. uel accipe totā diametrū .s. 14. & quartā circūferētie .s. 11. idē resultabit: quia tantum ualet.